

1.5.1 有理数的乘方(2)



乘方的意义

这种求 n 个相同因数 a 的积的运算叫做**乘方**，乘方的结果叫做**幂**， a 叫做**底数**， n 叫做**指数**， a^n 读作 a 的 n 次幂（或 a 的 n 次方）。

$$\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n\text{个}} = a^n$$

底数 $\times$ $\dots$ a^n 指数
幂

2次方又叫**平方**，3次方又叫**立方**。

规律:

- (1) 正数的任何次幂都是正数；负数的奇次幂是负数，负数的偶次幂是正数。
- (2) 1的任何次幂都是1， -1 的奇次幂是 -1 ， -1 的偶次幂是1。
- (3) 互为相反数的两个数，它们的偶次幂相等，奇次幂互为相反数。

复 习

填空：

1、在 a^n 中，a叫做底数，n叫做指数，

乘方的结果叫做幂。

2、式子 a^n 表示的意义是n个a相乘。

想
一
想

(1) 2^3 和 3^2 有什么不同?

(2) $(-2)^4$ 和 -2^4 呢?

(3) $(\frac{3}{4})^5$ 与 $\frac{3^5}{4}$ 呢?

说明: 主要从以下几个方面考虑:

- ①底数 ②指数
- ③读法 ④意义
- ⑤结果

(1) 7^3 中底数是7，指数是3。

(2) 在 $(\frac{3}{4})^2$ 中底数是 $\frac{3}{4}$ ，指数是2。

(3) 在 $(-5)^4$ 中底数是-5，指数是4，幂是625。

(4) 在 -5^4 中底数是5，指数是4，幂是-625。

(5) 在 $\frac{3^2}{4}$ 中底数是3，指数是2，幂是 $\frac{9}{4}$ 。

(6) 3^{10} 的意义是10个3相乘。

(7) 平方等于它本身的数是0,1，

立方等于它本身的数是0, 1, -1。

考考你

(1) 计算: $(-3)^3$, $(-1.5)^2$, $(-\frac{1}{7})^2$

解: $(-3)^3 = -(3 \times 3 \times 3) = -27$

解: $(-1.5)^2 = 1.5 \times 1.5 = 2.25$

解: $(-\frac{1}{7})^2 = \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{49}$

先定符号，再算绝对值。

例1, 计算:

$$(1) -3^2 \quad (2) 3 \times 2^3 \quad (3) (3 \times 2)^3 \quad (4) 8 \div (-2)^3$$

解: (1) $-3^2 = -9$

(2) $3 \times 2^3 = 3 \times 8 = 24$

(3) $(3 \times 2)^3$

$$= 6^3$$

$$= 216$$

(4) $8 \div (-2)^3$

$$= 8 \div (-8)$$

$$= -1$$

对于乘除和乘方的混合运算,应先算**乘方**,后算**乘除**;如果遇到括号,就先进行括号里的运算.

例2,计算:

$$(-2)^3 + (-3) \times [(-4)^2 + 2] - (-3)^2 \div (-2)$$

解: 原式 $= -8 + (-3) \times (16 + 2) - 9 \div (-2)$

$$= -8 + (-3) \times 18 + 4.5$$

$$= -8 - 54 + 4.5$$

$$= -57.5$$

算算有几种运算,
并说明运算次序

带乘方的混合运算次序：

三级运算 二级运算 一级运算

1. 有乘方运算, 先计算乘方, 再乘除后加减;
.....
2. 同级运算, 从左到右计算;
3. 如有括号, 先做括号内的运算, 按小括号, 中括号, 大括号依次进行.

练习：

$$(1) \quad (-1)^{10} \times 2 + (-2)^3 \div 4$$

$$\text{解:原式} = 1 \times 2 + (-8) \div 4 = 2 + (-2) = 0$$

$$(2) \quad (-5)^3 - 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4$$

$$\text{解:原式} = (-125) - 3 \times \frac{1}{16} = -125\frac{3}{16}$$

$$(3) \quad \frac{11}{5} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{3}{11} \div \frac{5}{4}$$

$$\text{解:原式} = \frac{11}{5} \times \left(-\frac{1}{6}\right)^2 \times \frac{3}{11} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{75}$$

$$(4) \quad (-10)^4 + [(-4)^2 - (3 + 3^2) \times 2]$$

$$\text{解:原式} = 10000 + [16 - 12 \times 2] = 10000 - 8 = 9992$$

例3 观察下面三行数：

$$-2, 4, -8, 16, -32, 64, \dots; \textcircled{1}$$

$$0, 6, -6, 18, -30, 66, \dots; \textcircled{2}$$

$$-1, 2, -4, 8, -16, 32, \dots \textcircled{3}$$

(1) 第①行数按什么规律排列？

解： (1) 第①行数是

$$-2, (-2)^2, (-2)^3, (-2)^4, \dots$$

例3 观察下面三行数：

$$-2, 4, -8, 16, -32, 64, \dots; \textcircled{1}$$

$$0, 6, -6, 18, -30, 66, \dots; \textcircled{2}$$

$$-1, 2, -4, 8, -16, 32, \dots \textcircled{3}$$

(2) 第② ③行数与第①行数分别有什么关系？

解：(2) 第②行数是第①行相应的数加2，即

$$-2 + 2, (-2)^2 + 2, (-2)^3 + 2, (-2)^4 + 2, \dots$$

第③行数是第①行相应的除以2，即

$$(-2) \div 2, (-2)^2 \div 2, (-2)^3 \div 2, (-2)^4 \div 2, \dots$$

例3 观察下面三行数：

$$-2, 4, -8, 16, -32, 64, \dots; \textcircled{1} \quad (-2)^{10}$$

$$0, 6, -6, 18, -30, 66, \dots; \textcircled{2} \quad (-2)^{10} + 2$$

$$-1, 2, -4, 8, -16, 32, \dots \textcircled{3} \quad (-2)^{10} \times 0.5$$

(3) 取每行数的第10个数，计算这三个数的和.

解：(3) 每行数中的第10个数的和是

$$(-2)^{10} + [(-2)^{10} + 2] + (-2)^{10} \times 0.5$$

$$= 1024 + (1024 + 2) + 1024 \times 0.5$$

$$= 1024 + 1024 + 512 = 2562$$

思考1、观察下列各式:

$$1 = 2^1 - 1$$

$$1 + 2 = 2^2 - 1$$

$$1 + 2 + 2^2 = 2^3 - 1$$

猜想: $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{63} = 2^{64} - 1$

若 n 是正整数, 那么 $1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^n$
 $= 2^{n+1} - 1$

思考2:

$$a+3=0$$

$$b-2=0$$

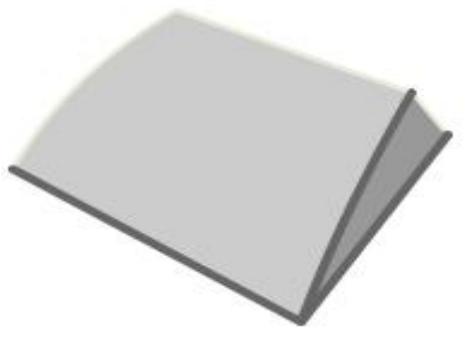
若 $(a+3)^2 + |b-2| = 0$,

则 $a^{b+1} = \underline{-27}$

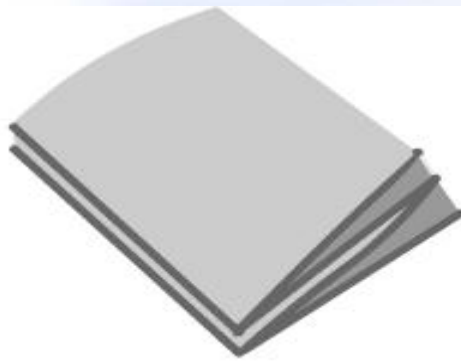
$$a=-3 \quad b=2$$

$$a^{b+1} = (-3)^{2+1} = -27$$

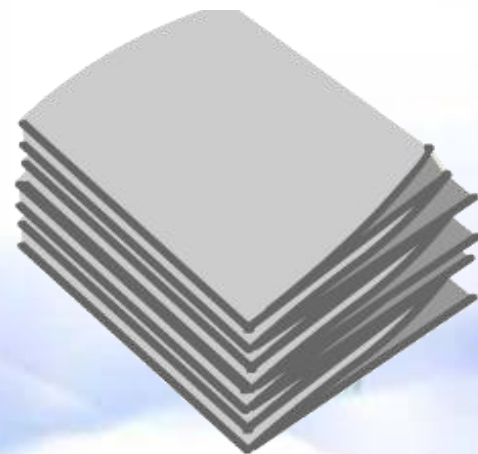
思考3 有一张厚度是0.1毫米的纸，将它对折1 次后，厚度为 2×0.1 毫米。



1次



2次



20次

(1) 对折2次后，厚度为多少毫米？

$$2 \times 2 \times 0.1 = 0.4$$

(2) 对折20次后，厚度为多少毫米？



思考3 把一张厚度为0.1毫米的纸连续对折20次，会有多厚？有多少层楼高？（假设1层楼高3米）

解：列式得：

$$\begin{aligned} & 0.1 \times 2^{20} \div 1000 \\ &= 0.1 \times 1048576 \div 1000 \\ &= 104.8576 \approx 105(\text{米}) \end{aligned}$$

$$105 \div 3 = 35(\text{层})$$

“乘方”精神：虽然是简简单单的重复，但结果却是惊人的。做人也要这样，脚踏实地，一步一个脚印，成功也会令你惊喜的。



对应练习

1. 下列运算结果为正数的是 (**B**)

A. $-4^2 \times 5$ B. $(1-2)^4 \times 5$ C. $(1-2^4) \times 5$ D. $1-(3 \times 5)^6$

2. 下列各式运算结果为0的是 (**C**)

A. $-3^2 - 3 \times 3$ B. $(-2)^2 + 2^2$ C. $-3^2 + (-3)^2$ D. $-2^2 - 2^2$

3. 计算:

(1) $(-1)^3 \times (-10)^3$

解: 原式 $= (-1) \times (-1000)$
 $= 1000$

(2) $-2^2 \times (-2)^3$

解: 原式 $= -4 \times (-8)$
 $= 32$



对应练习

3. 计算:

$$(3)(-5)^2 - (-2)^2 \times 52$$

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= 25 - 4 \times 25 \\ &= -75\end{aligned}$$

$$(4)(-8) + 2 \times (-6) \div (-3)^2 + (5 - 8)$$

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &\equiv -8 + (-12) \div 9 - 3 \\ &\equiv -11 - \frac{4}{3} \\ &\equiv -\frac{37}{3}\end{aligned}$$

小 结

- 1、复习乘方的有关概念；
- 2、乘方运算的规律等；
- 3、乘方与加、减、乘、除的混合运算，运算顺序是：先乘方，再乘除，最后加减。

再 见 ！

Za. xk