



第十九章 一次函数

19.1.1 变量与函数

第2课时 函数

导入新课

讲授新课

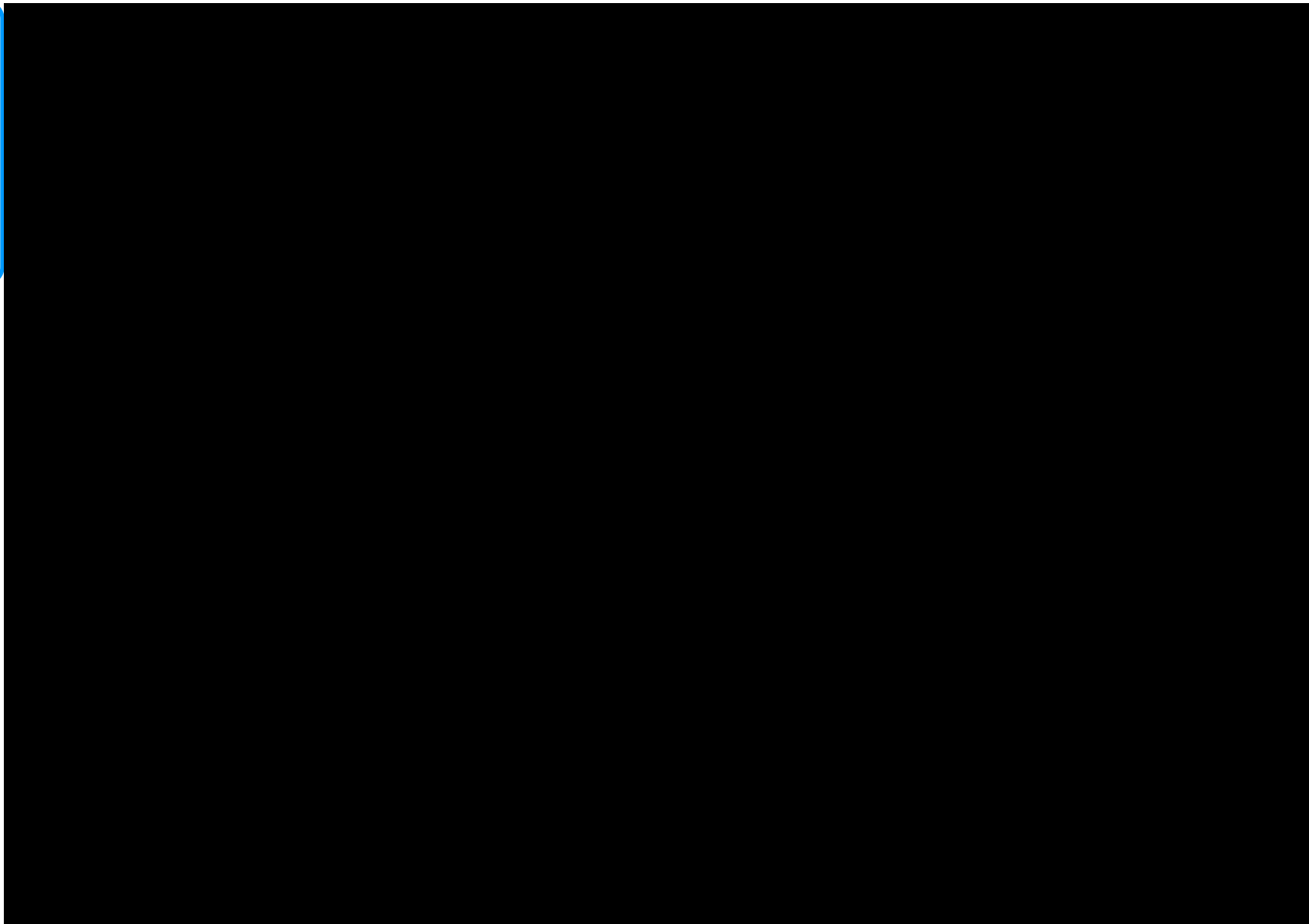
当堂练习

课堂小结

学习目标

1. 了解函数的相关概念，会判断两个变量是否具有函数关系.
2. 能根据简单的实际问题写出函数解析式，并确定自变量的取值范围. （重点、难点）
3. 会根据函数解析式求函数值.

视频引入



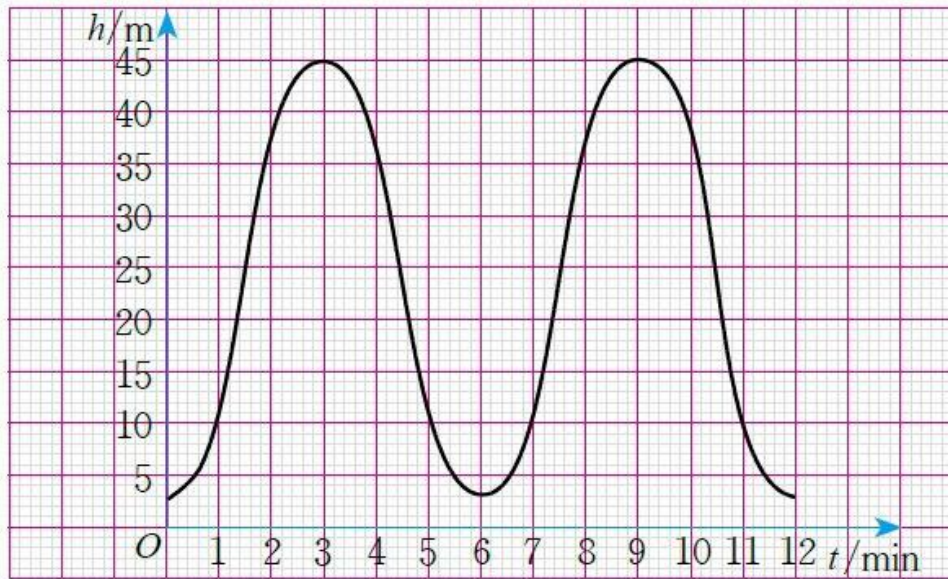
函数的相关概念

情景一

想一想，如果你
坐在摩天轮上，
随着时间的变化，
你离开地面的高度
是如何变化的？



下图反映了摩天轮上的一点的高度 h (m)与旋转时间 t (min) 之间的关系.



(1) 根据左图填表:

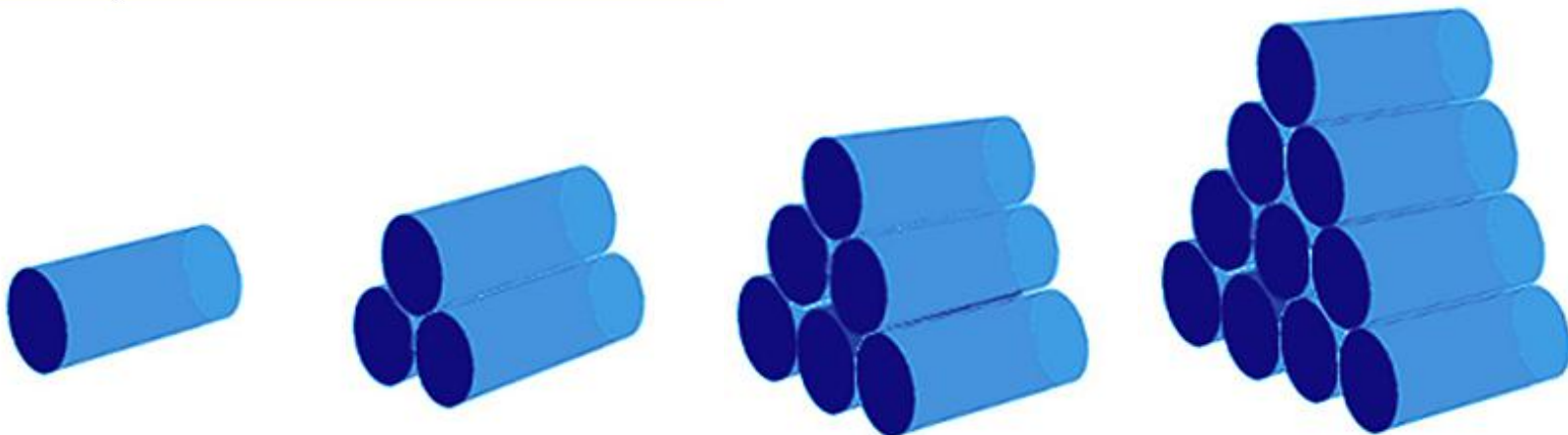
t/min	0	1	2	3	4	5	...
h/m	3	10	37	45	37	11	...

(2) 对于给定的时间 t ,
相应的高度 h 能确定吗?

情景二

唯一一个 y 值

对于给定任一层数 n ，相应的物体总数 y 确定吗？有几个 y 值和它对应？



填写下表：

层数 n	1	2	3	4	5	...
物体总数 y	1	3	6	10	15	...

情景三

一定质量的气体在体积不变时，假若温度降低到 -273°C ，则气体的压强为零.因此，物理学把 -273°C 作为热力学温度的零度.热力学温度 $T(\text{K})$ 与摄氏温度 $t(^{\circ}\text{C})$ 之间有如下数量关系： $T=t+273$ ， $T\geq 0$.

(1)当 t 分别等于 -43 ， -27 ， 0 ， 18 时，相应的热力学温度 T 是多少？

解：当 $t=-43$ 时， 230K 、 246K 、 273K 、 291K

(2)给定任一个摄氏温度 t 值，相应的热力学温度 T 确定吗？有几个 T 值和它对应？

唯一一个 T 值

思考：上面的三个问题中，各变量之间有什么共同特点？

- ①时间 t 、相应的高度 h ；
- ②层数 n 、物体总数 y ；
- ③摄氏温度 t 、热力学温度 T 。

共同特点：都有两个变量，给定其中某一个变量的值，相应地就确定了另一个变量的值。

知识要点

一般地，在某个变化过程中，如果有两个变量 x 与 y ，并且对于 x 的每一个确定的值， y 都有唯一确定的值与它对应，那么我们就说 x 是自变量， y 是 x 的函数。

如果当 $x=a$ 时 $y=b$ ，那么 b 叫做当自变量的值为 a 时的函数值。



知识拓展

函数一语，起用于公元1692年，最早见于德国数学家莱布尼兹的著作。他是德国最重要的自然科学家、数学家、物理学家、历史学家和哲学家，一个举世罕见的科学天才，和牛顿同为微积分的创建人。他博览群书，涉猎百科，对丰富人类的科学知识宝库做出了不可磨灭的贡献。



练一练

填表并回答问题：

x	1	4	9	16
$y=\pm 2x$	2和-2	8和-8	18和-18	32和-32

(1) 对于 x 的每一个值， y 都有唯一的值与之对应吗？

答：不是。

(2) y 是 x 的函数吗？为什么？

答：不是，因为 y 的值不是唯一的。

关键词：两个变量，
给一个 x ，得一个 y 。
易错点：顺序不要反。

典例精析

例1 下列关于变量 x ， y 的关系式：① $y=2x+3$ ；

② $y=x^2+3$ ；③ $y=2|x|$ ；④ $y=\pm\sqrt{x}$ ；⑤ $y^2-3x=10$ ，

其中表示 y 是 x 的函数关系的是 ①②③

一个 x 值有两个
 y 值与它对应

方法 判断一个变量是否是另一个变量的函数，关键是看当一个变量确定时，另一个变量有**唯一确定**的值与它对应。

做一做

下列问题中，一个变量是否是另一个变量的函数？如果是，请指出自变量.

- (1) 改变正方形的边长 x ，正方形的面积 S 随之变化；
- (2) 秀水村的耕地面积是 10^6 m^2 ，这个村人均占有耕地面积 y （单位： m^2 ）随这个村人数 n 的变化而变化；
- (3) P 是数轴上的一个动点，它到原点的距离记为 x ，它对应的实数为 y ， y 随 x 的变化而变化.

解：(1) S 是 x 的函数，其中 x 是自变量.

(2) y 是 n 的函数，其中 n 是自变量.

(3) y 不是 x 的函数.

例如，到原点的距离为1的点对应实数1或-1，

例2 已知函数 $y = \frac{4x-2}{x+1}$.

(1) 求当 $x=2, 3, -3$ 时, 函数的值;

(2) 求当 x 取什么值时, 函数的值为 0

把自变量 x 的值带入关系式中, 即可求出函数的值.

解: (1) 当 $x=2$ 时, $y = \frac{4 \times 2 - 2}{2 + 1} = 2$;

当 $x=3$ 时, $y = \frac{5}{2}$;

当 $x=-3$ 时, $y=7$.

(2) 令 $\frac{4x-2}{x+1} = 0$, 解得 $x = \frac{1}{2}$

即当 $x = \frac{1}{2}$ 时, $y=0$.



确定自变量的取值范围

问题：请用含自变量的式子表示下列问题中的函数关系：

- (1) 汽车以60 km/h 的速度匀速行驶，行驶的时间为 t （单位：h），行驶的路程为 s （单位：km）；
- (2) 多边形的边数为 n ，内角和的度数为 y .

问题（1）中， t 取-2 有实际意义吗？
问题（2）中， n 取2 有意义吗？

根据刚才问题的思考，你认为函数的自变量可以取任意值吗？

在实际问题中，函数的自变量取值范围往往是有限制的，在限制的范围内，函数才有实际意义；超出这个范围，函数没有实际意义，我们把这种自变量可以取的数值范围叫**函数的自变量取值范围**。

例3 汽车的油箱中有汽油50L，如果不再加油，那么油箱中的油量 y （单位：L）随行驶里程 x （单位：km）的增加而减少，平均耗油量为0.1L/km.

(1) 写出表示 y 与 x 的函数关系的式子.

叫做函数的解析式

解:(1) 函数关系式为: $y = 50 - 0.1x$

$0.1x$ 表示的意义是什么?

(2) 指出自变量 x 的取值范围；

(2) 由 $x \geq 0$ 及 $50 - 0.1x \geq 0$

得 $0 \leq x \leq 500$

$\therefore$ 自变量的取值范围是

$0 \leq x \leq 500$

汽车行驶里程，油箱中的油量均不能为负数！

归纳 确定自变量的取值范围时，不仅要考虑使函数解析式有意义，而且还要注意各变量所代表的实际意义.

(3) 汽车行驶200 km时, 油箱中还有多少油?

(3)当 $x = 200$ 时,函数 y 的值为 $y=50-0.1 \times 200=30$.

因此,当汽车行驶200 km时,油箱中还有油30L.

想一想：下列函数中自变量 x 的取值范围是什么？

$$(1)y=3x+1$$

x 取全体实数

$$(2)y=\frac{1}{x+2}$$

$$x+2 \neq 0$$

$$(3)y=\sqrt{x-5}$$

$$x-5 \geq 0$$

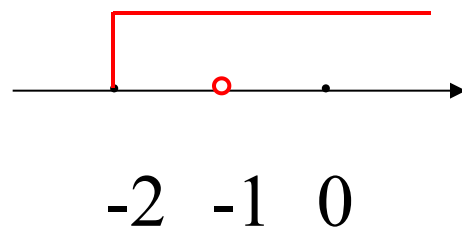
$$(4)y=\frac{\sqrt{x+2}}{x+1}$$

$$x \geq -2 \text{ 且 } x \neq -1$$

使函数解析式有意义的自变量的全体.

$$\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases}$$

即 $\begin{cases} x \neq -1 \\ x \geq -2 \end{cases}$



1. 下列说法中，不正确的是（ C ）

A. 函数不是数，而是一种关系

B. 多边形的内角和是边数的函数

C. 一天中时间是温度的函数

D. 一天中温度是时间的函数

2. 下列各表达式不是表示 y 是 x 的函数的是（ C ）

A. $y = 3x^2$

B. $y = \frac{1}{x}$

C. $|y| = x (x \geq 0)$

D. $y = 18x$

3. 设路程为 s ，时间为 t ，速度为 v ，当 $v=60$ 时，路程和时间的关系式为 $s=60t$ ，这个关系式中，60是常量， t 和 s 是变量， s 是 t 的函数.

4. 油箱中有油30kg，油从管道中匀速流出，1h流完，则油箱中剩余油量 Q （kg）与流出时间 t （min）之间的函数关系式是 $Q=30-\frac{1}{2}t$ ，自变量 t 的取值范围是 $0 \leq t \leq 60$.

5.求下列函数中自变量 x 的取值范围:

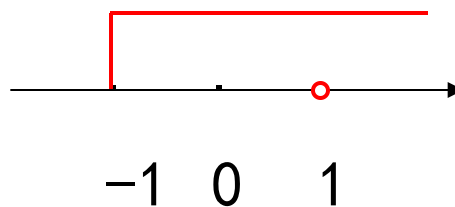
(1) $y = x^2 - x - 2$ x 取全体实数

(2) $y = \frac{3}{4x+8}$ $4x+8 \neq 0$

(3) $y = \sqrt{x+3}$ $x+3 \geq 0$

(4) $y = \sqrt{x+1} + \frac{1}{1-x}$ $x \geq -1$ 且 $x \neq 1$

$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 1-x \neq 0 \end{cases}$ 即 $\begin{cases} x \geq -1 \\ x \neq 1 \end{cases}$



6.我市白天乘坐出租车收费标准如下：乘坐里程不超过3公里，一律收费8元；超过3公里时，超过3公里的部分，每公里加收1.8元；设乘坐出租车的里程为 x （公里）（ x 为整数），相对应的收费为 y （元）.

（1）请分别写出当 $0 < x \leq 3$ 和 $x > 3$ 时，表示 y 与 x 的关系式，并直接写出当 $x=2$ 和 $x=6$ 时对应的 y 值；

解：（1）当 $0 < x \leq 3$ 时， $y=8$ ；

当 $x > 3$ 时， $y=8+1.8(x-3)=1.8x+2.6$.

当 $x=2$ 时， $y=8$ ； $x=6$ 时， $y=1.8 \times 6 + 2.6 = 13.4$.

(2) 当 $0 < x \leq 3$ 和 $x > 3$ 时, y 都是 x 的函数吗? 为什么?

解: 当 $0 < x \leq 3$ 和 $x > 3$ 时, y 都是 x 的函数, 因为对于 x 的每一个确定的值, y 都有唯一确定的值与其对应.

概念：函数在某个变化过程中，如果有两个变量 x 与 y ，并且对于 x 的每一个确定的值， y 都有唯一确定的值与它对应，那么 x 是自变量， y 是 x 的函数.

函数

函数值

自变量的取值范围

1.使函数解析式有意义

2.符合实际意义

见《学练优》本课时练习