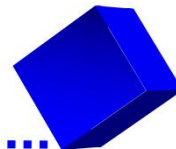


回顾旧知



二次函数的一般式：

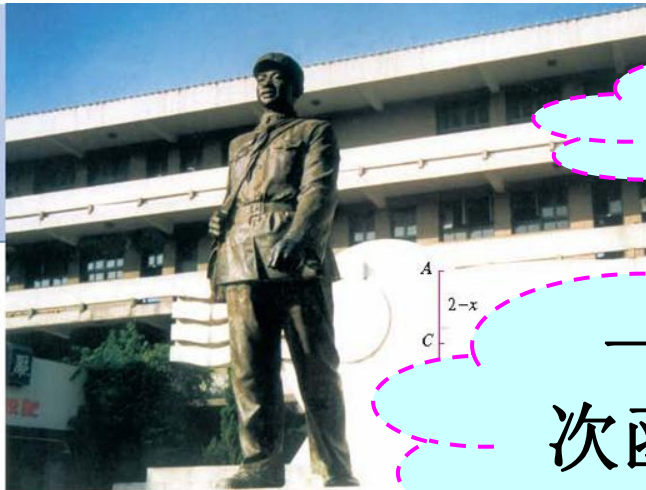
$$y = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$$

 x 是自变量， y 是 x 的函数。

当 $y = 0$ 时，

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$



这是什么方程？

一元二次方程与二次函数有什么关系？

第二十二章

一元二次方程

我们来看一个问题。

要设计一座2 m高的人体雕像，使雕像的上部（腰以上）与下部（腰以下）的高度比，等于下部与全部（全身）的高度比，雕像的下部应设计为多高？

雕像上部的高度AC与下部的高度BC应有如下关系：

$$\frac{AC}{BC} = \frac{BC}{2} \quad \text{即} \quad BC^2 = 2AC.$$

设雕像下部高x m，于是得方程

$$x^2 = 2(2 - x).$$

整理得

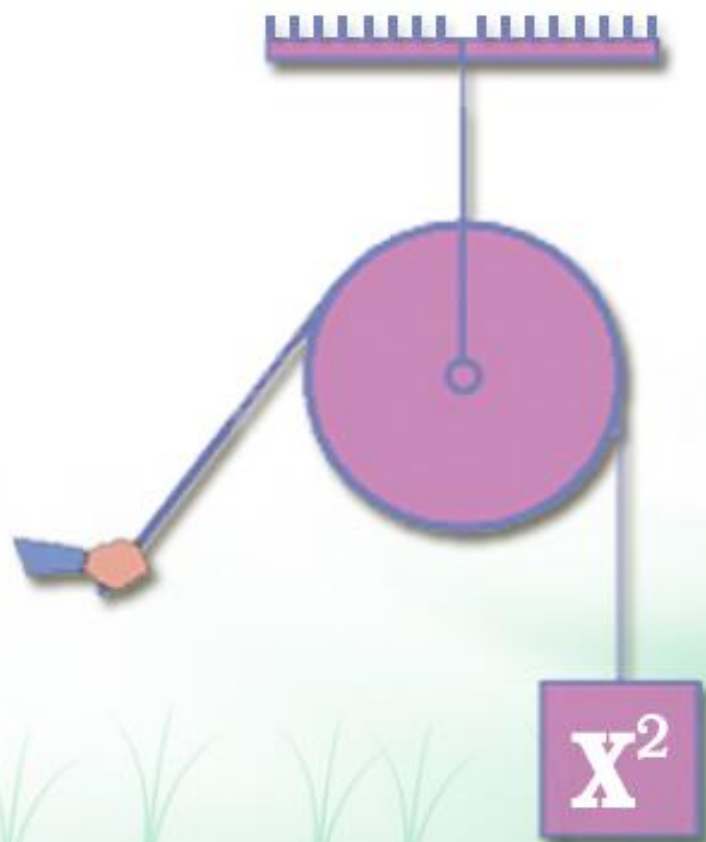
$$x^2 + 2x - 4 = 0.$$

你会发现这个方程与以前学习过的一次方程不同，其中未知数x的最高次数是2。本章中，你将认识这种新方程——一元二次方程，讨论它的解法，并用它解决一些实际问题。通过本章的学习，你对方程的认识将从一次方程扩展到二次方程。

九年级上册
中我们学习了
“一元二次方程”



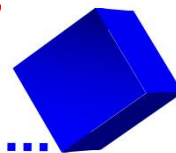
26.2 用函数观点看 一元二次方程



阅读教材43页，完成下列问题

- 1、总结出二次函数与 x 轴交点的个数与一元二次方程的根的个数之间的关系，表述何时方程有两个不等的实根、两个相等的实数和没有实根。
- 2会利用二次函数的图象求一元二次方程的近似解。
二次函数与一元二次方程之间的关系。
- 3、一元二次方程根的情况与二次函数图像与 x 轴位置关系的联系，数形结合思想的运用。

教学重难点



- ✚ 二次函数与一元二次方程之间的关系。
- ✚ 利用二次函数图像求一元二次方程的实数根。
- ✚ 一元二次方程根的情况与二次函数图像与 x 轴位置关系的联系，数形结合思想的运用。
- ✚ 利用二次函数的图象求一元二次方程的近似解。

实际问题

以 40 m/s 的速度将小球沿与地面成 30° 角的方向击出时，球的飞行路线是一条抛物线，如果不考虑空气阻力，球的飞行高度 h (单位:m) 与飞行时间 t (单位:s) 之间具有关系： $h = 20t - 5t^2$

考虑下列问题：

- (1) 球的飞行高度能否达到 15 m ？若能，需要多少时间？
- (2) 球的飞行高度能否达到 20 m ？若能，需要多少时间？
- (3) 球的飞行高度能否达到 20.5 m ？为什么？
- (4) 球从飞出到落地要用多少时间？

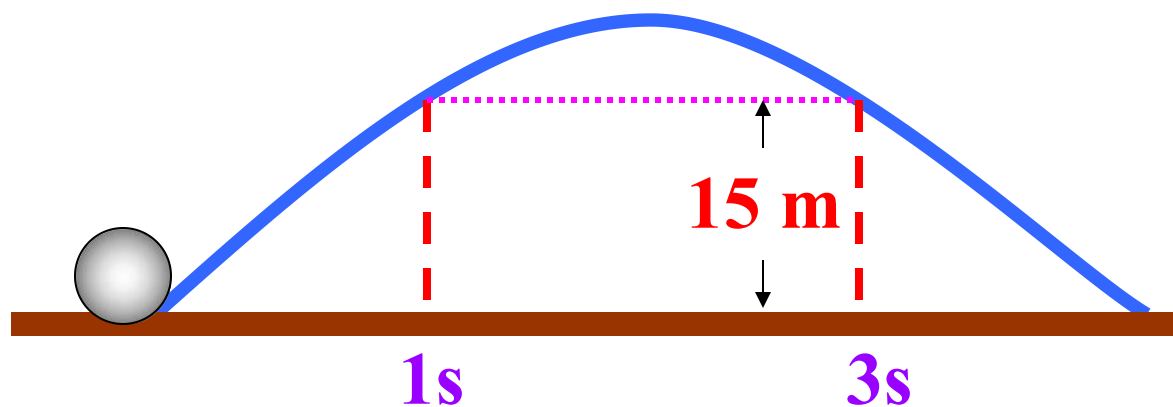


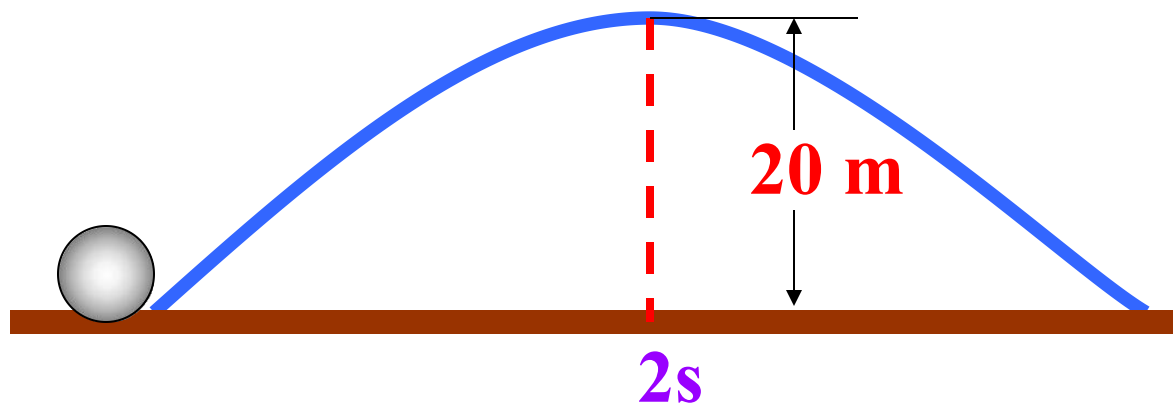
解：（1）当 $h = 15$ 时， $20t - 5t^2 = 15$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$t_1 = 1, t_2 = 3$$

当球飞行 1s 和 3s 时，它的高度为 15m .





(2) 当 $h = 20$ 时, $20t - 5t^2 = 20$

$$t^2 - 4t + 4 = 0$$

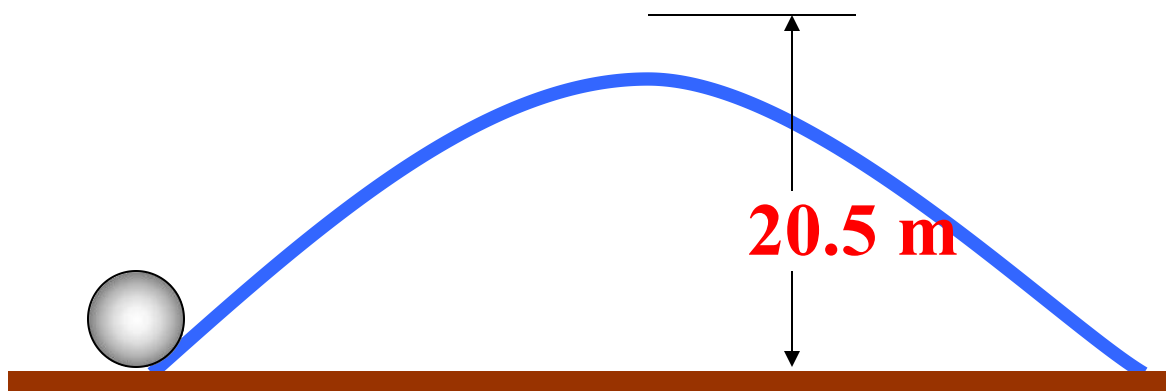
$$t_1 = t_2 = 2$$

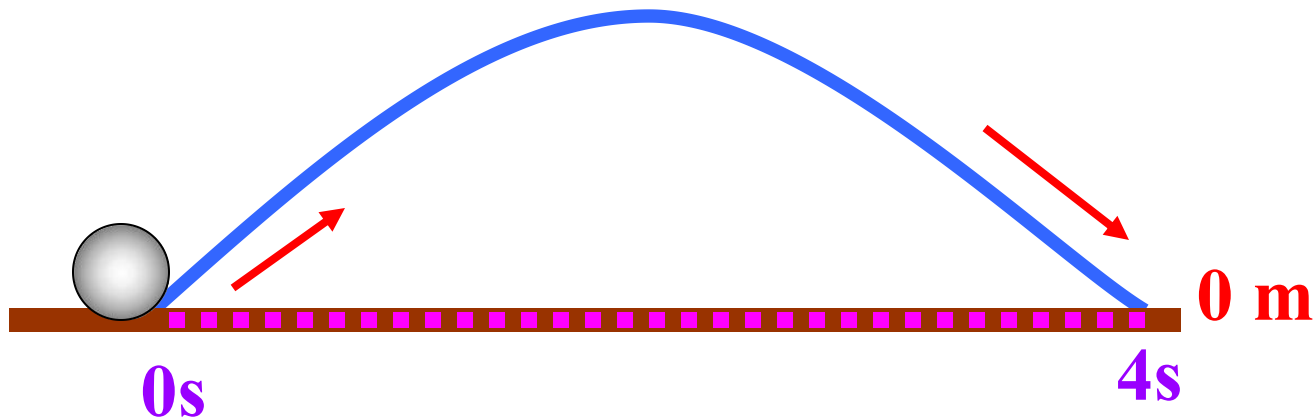
当球飞行 $2s$ 时, 它的高度为 $20m$.

(3) 当 $h = 20.5$ 时, $20t - 5t^2 = 20.5$

$$t^2 - 4t + 4.1 = 0$$

因为 $(-4)^2 - 4 \times 4.1 < 0$, 所以方程无实根。
球的飞行高度达不到 20.5 m.





(4) 当 $h = 0$ 时, $20t - 5t^2 = 0$

$$t^2 - 4t = 0$$

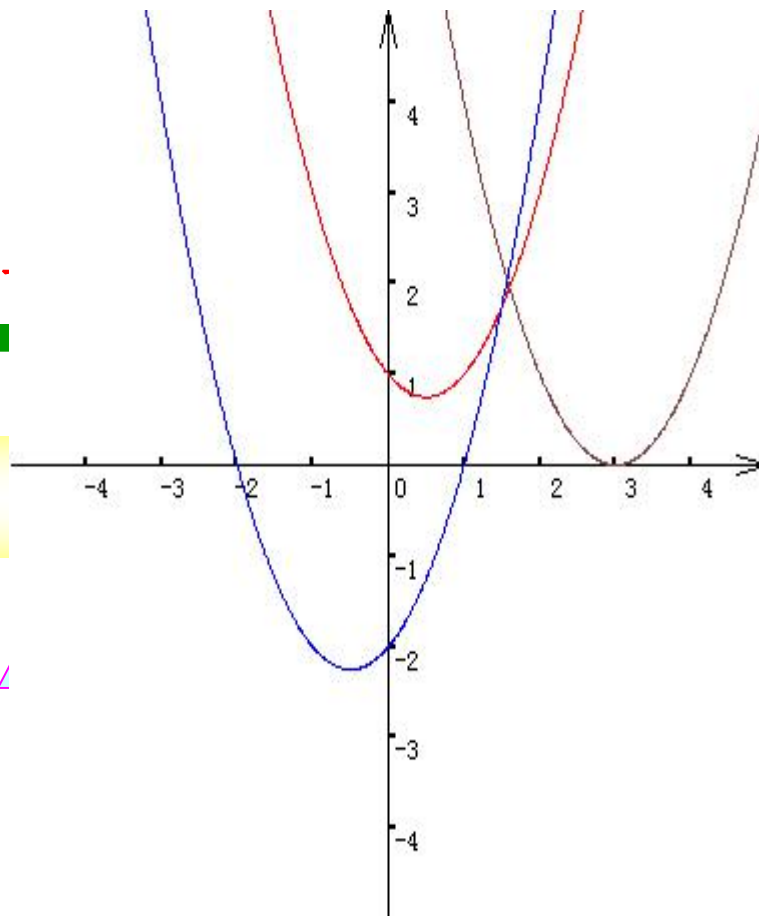
$$t_1 = 0, t_2 = 4$$

当球飞行 0s 和 4s 时, 它的高度为 0m, 即 0s 时, 球从地面飞出, 4s 时球落回地面。

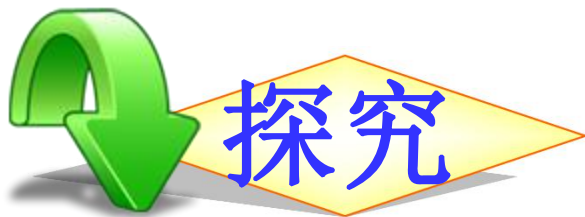


二次函数与一元

已知二次函数,



解一元二次方程的根

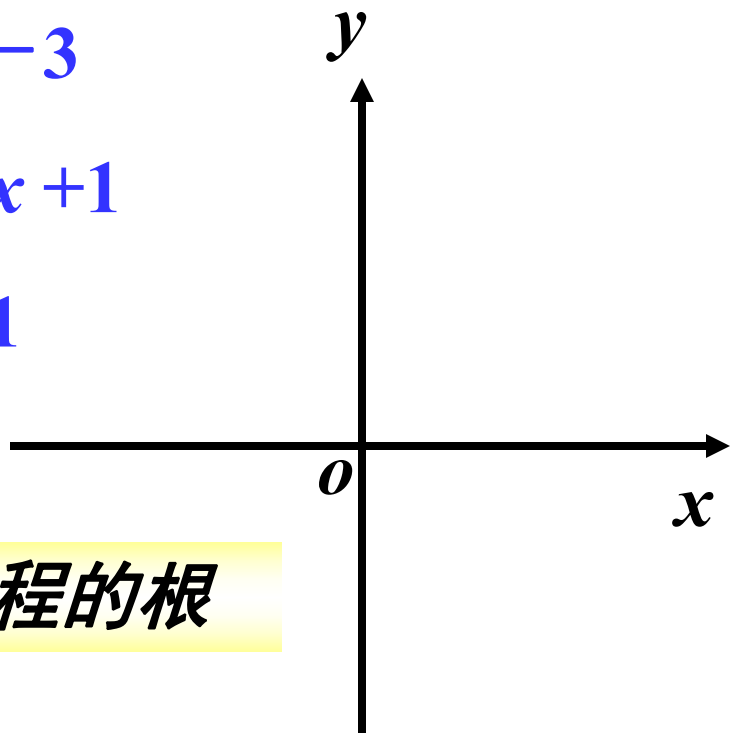


下列二次函数的图象与 x 轴有交点吗？
若有，求出交点坐标.

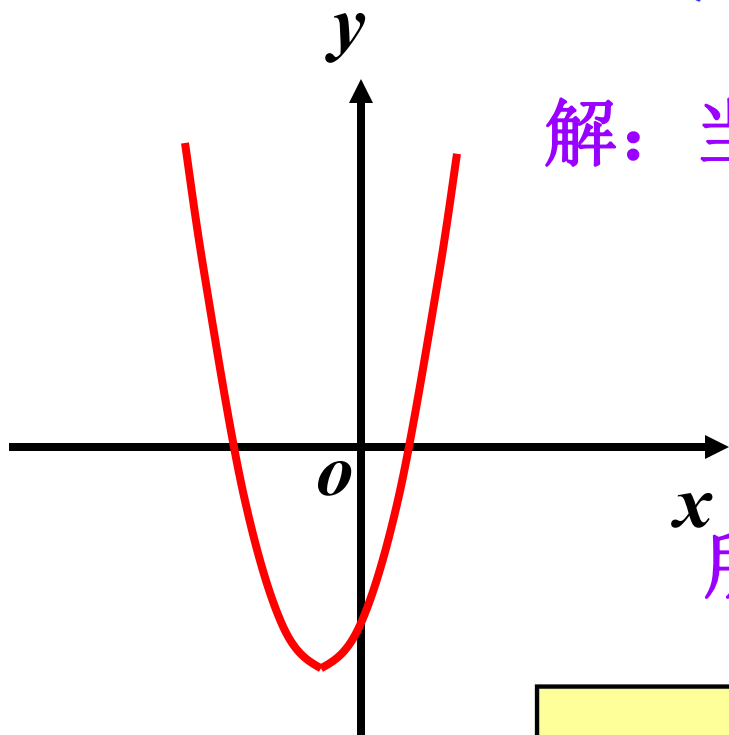
(1) $y = 2x^2 + x - 3$

(2) $y = 4x^2 - 4x + 1$

(3) $y = x^2 - x + 1$



令 $y = 0$ ，解一元二次方程的根



$$(1) \ y = 2x^2 + x - 3$$

解：当 $y = 0$ 时， $2x^2 + x - 3 = 0$

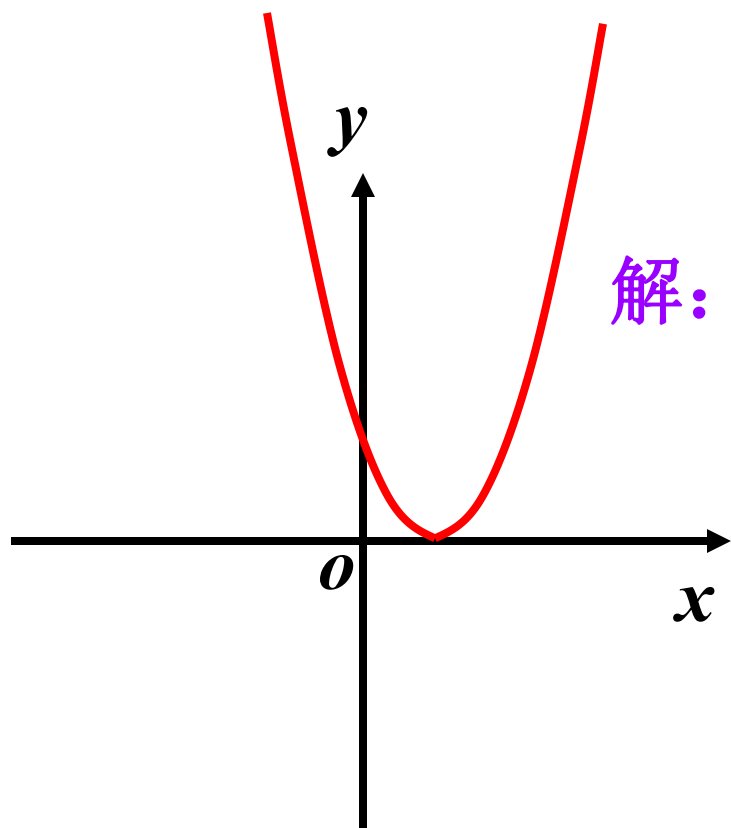
$$(2x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x_1 = -\frac{3}{2}, \ x_2 = 1$$

所以与 x 轴有交点，有两个交点。

二次函数的两点式

$$y = a(x - x_1)(x - x_2)$$



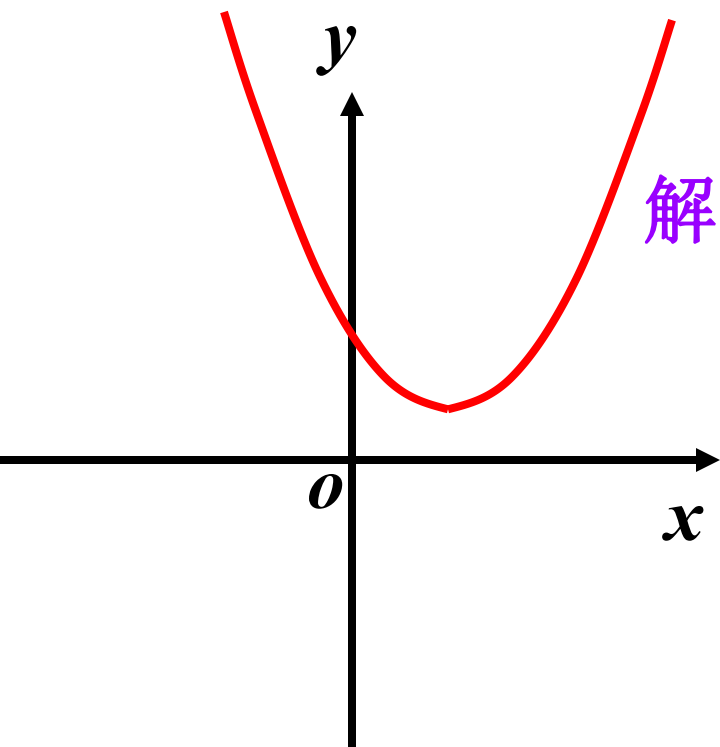
$$(2) \ y = 4x^2 - 4x + 1$$

解：当 $y = 0$ 时， $4x^2 - 4x + 1 = 0$

$$(2x - 1)^2 = 0$$

$$x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$$

所以与 x 轴有一个交点。



(3) $y = x^2 - x + 1$

解：当 $y = 0$ 时， $x^2 - x + 1 = 0$

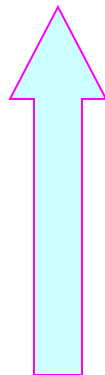
因为 $(-1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0$

所以与 x 轴没有交点。



二次函数与一元二次方程的关系 (2)

确定二次函数图象与 x 轴的位置关系



解一元二次方程的根

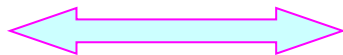


二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象和x轴交点的三种情况与一元二次方程根的关系

$y=ax^2+bx+c$ 的图象与x轴

$ax^2+bx+c=0$ 的根

✓ 有两个交点



✓ $b^2-4ac > 0$
有两个根

✓ 有一个交点



✓ $b^2-4ac = 0$
有一个根 (两个相同的根)

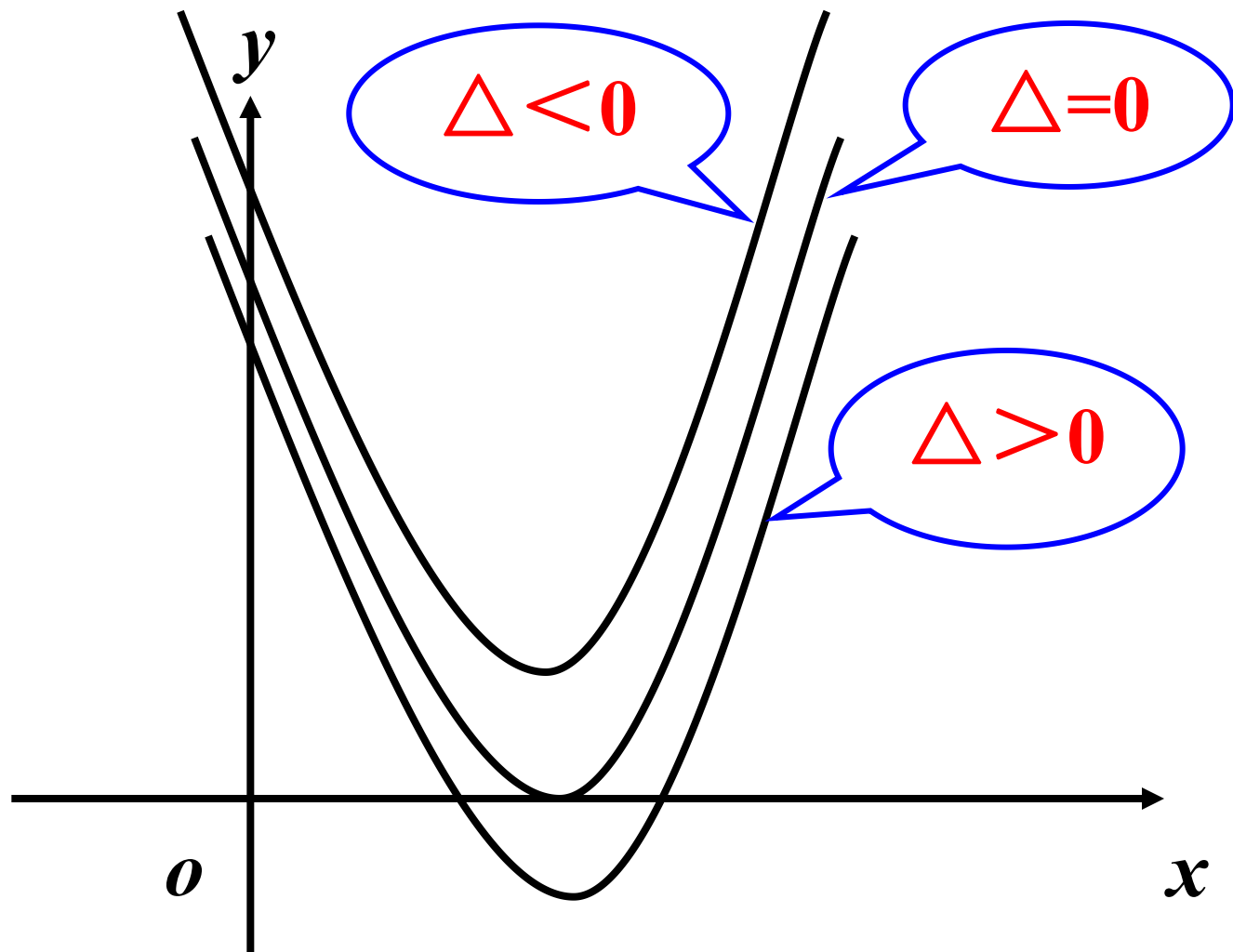
✓ 没有交点



✓ $b^2-4ac < 0$
没有根

若抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴有交点, 则 $b^2-4ac \geq 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

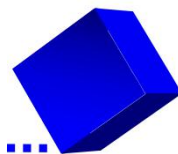




3. 运用性质，巩固练习

例 利用函数图象求方程 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 的实数根
(结果保留小数点后一位) .

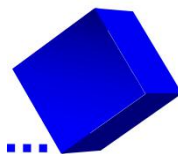
课堂小结



二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象和 x 轴交点的三种情况与一元二次方程根的关系：

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图 象和 x 轴交点	一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根	一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 根的判 别式 $\Delta=b^2-4ac$
有两个交点	有两个不相 等的实数根	$b^2 - 4ac > 0$
只有一个交点	有两个相等的 实数根	$b^2 - 4ac = 0$
没有交点	没有实数根	$b^2 - 4ac < 0$

随堂练习



1. 不与 x 轴相交的抛物线是 (**D**)

A. $y = 2x^2 - 3$

B. $y = -2x^2 + 3$

C. $y = -x^2 - 3x$

D. $y = -2(x+1)^2 - 3$

2. 若抛物线 $y = ax^2 + bx + c = 0$, 当 $a > 0$, $c < 0$ 时, 图象与 x 轴交点情况是 (**C**)

A. 无交点

B. 只有一个交点

C. 有两个交点

D. 不能确定



(1) 抛物线 $y = x^2 + 2x - 3$ 与 x 轴的交点个数有(**C**).

A. 0个

B. 1个

C. 2个

D. 3个

(2) 抛物线 $y = m x^2 - \frac{3}{2}x + 3m + m^2$ 经过原点, 则其顶点坐标为 $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$.

(3) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x - n = 0$ 没有实数根, 则抛物线 $y = x^2 - x - n$ 的顶点在(**A**).

A. 第一象限

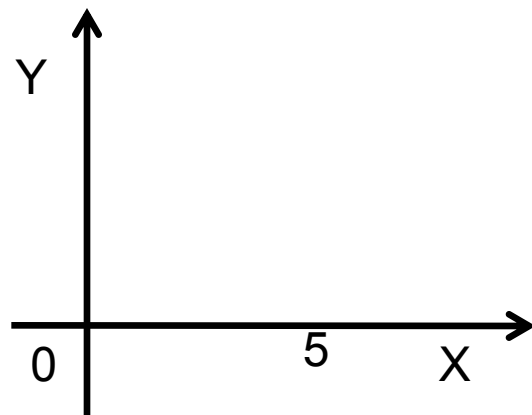
B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

(4) 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示, 则

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解是 $x_1=0, x_2=5$



(5) 若抛物线 $y=ax^2+bx+c$, 当 $a>0, c<0$ 时, 图象与x轴交点情况是(**C**)

A 无交点

B 只有一个交点

C 有两个交点

D 不能确定

(6) 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x+m=0$ 有两个相等的实数根, 则 $m=$ 1, 此时抛物线 $y=x^2-2x+m$ 与 x 轴有 1 个交点.

(7) 已知抛物线 $y=x^2 - 8x + c$ 的顶点在 x 轴上, 则 $c=$ 16.

(8) 一元二次方程 $3x^2+x-10=0$ 的两个根是 $x_1= -2$, $x_2=5/3$, 那么二次函数 $y= 3x^2+x-10$ 与 x 轴的交点坐标是 $(-2, 0)$ $(5/3, 0)$.

3. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根, 则 $m = \underline{1}$, 此时抛物线 $y = x^2 - 2x + m$ 与 x 轴有 1 个交点.

4. 已知抛物线 $y = x^2 - 8x + c$ 的顶点在 x 轴上, 则 $c = \underline{16}$.

5. 若抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 的顶点在第一象限, 则方程 $x^2 + bx + c = 0$ 的根的情况是 $b^2 - 4ac < 0$.

6. 抛物线 $y=2x^2-3x-5$ 与 y 轴交于点 $(0, -5)$,
与 x 轴交于点 $(5/2, 0)$ $(-1, 0)$.

7. 一元二次方程 $3x^2+x-10=0$ 的两个根是 $x_1=-2$,
 $x_2=5/3$, 那么二次函数 $y=3x^2+x-10$ 与 x 轴的交点坐
标是 $(-2, 0)$ $(5/3, 0)$.

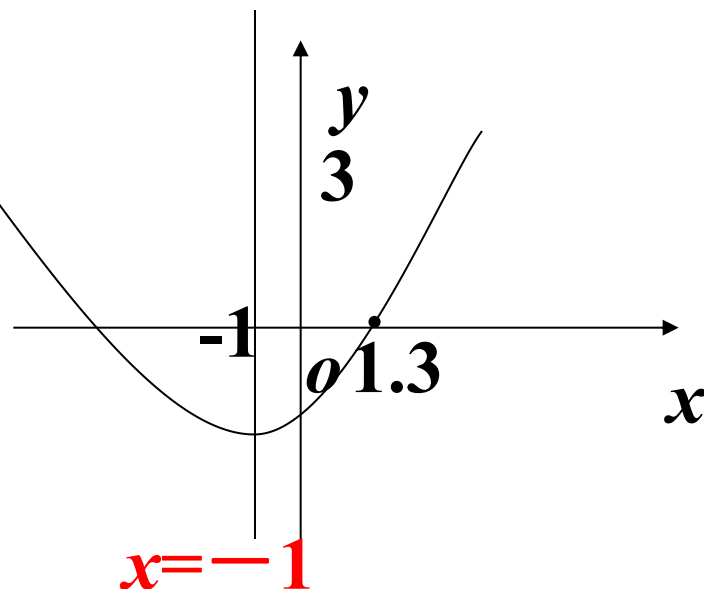
8. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图, 则关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c - 3 = 0$ 根的情况是 (A)

A. 有两个不相等的实数根

B. 有两个异号的实数根

C. 有两个相等的实数根

D. 没有实数根



9.根据下列表格的对应值:

x	3.23	3.24	3.25	3.26
$y=ax^2+bx+c$	-0.06	-0.02	0.03	0.09

判断方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0, a, b, c$ 为常数) 一个解 x 的范围是 (**C**)

A. $3 < x < 3.23$

B. $3.23 < x < 3.24$

C. $3.24 < x < 3.25$

D. $3.25 < x < 3.26$

10. 已知抛物线 $y_1 = 2x^2 - 8x + k + 8$ 和直线 $y_2 = mx + 1$ 相交于点 $P(3, 4m)$ 。
- (1) 求这两个函数的关系式；
 - (2) 当 x 取何值时，抛物线与直线相交，并求交点坐标。

解：（1）因为点P（3，4m）在直线 $y_2 = mx + 1$ 上，所以 $4m = 3m + 1$ ，解得 $m = 1$

所以 $y_1 = x + 1$ ，P（3，4）。因为点P（3，4）在抛物线 $y_1 = 2x^2 - 8x + k$ 上，所以有 $4 = 18 - 24 + k + 8$ 解得 $k = 2$

所以 $y_1 = 2x^2 - 8x + 10$

（2）依题意，得
$$\begin{cases} y = x + 1 \\ y = 2x^2 - 8x + 10 \end{cases}$$
 解这个方程组，得
$$\begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 1.5 \\ y_2 = 2.5 \end{cases}$$

所以抛物线与直线的两个交点坐标分别是（3，4），（1.5，2.5）。

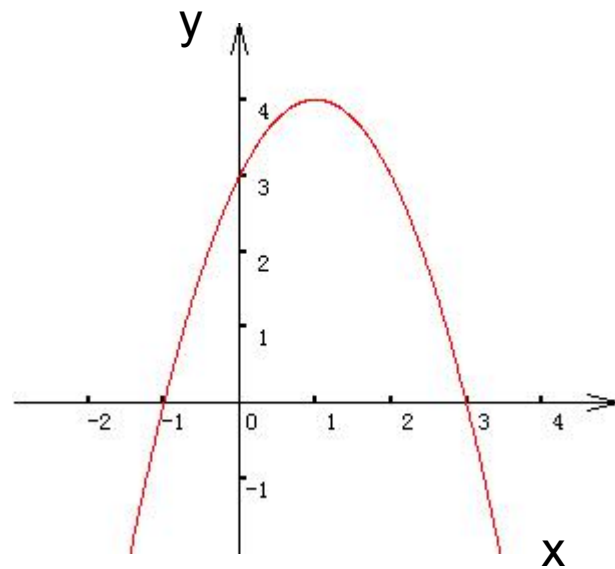
4、已知二次函数 $y=-x^2+2x+k+2$
与x轴的公共点有两个，

(1) 求k的取值范围；

(2) 当 $k=1$ 时，求抛物线与
x轴的公共点A和B的坐标及顶点C的坐标；

(3) 观察图象，当x取何值时， $y=0$, $y>0$, $y<0$?

(4) 在x轴下方的抛物线上是否存在点P，使
 $S_{\triangle ABP}$ 是 $S_{\triangle ABC}$ 的一半，若存在，求出P点的
坐标，若不存在，请说明理由.

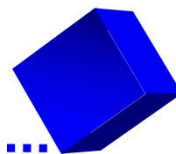


5、已知二次函数 $y=x^2-mx-m^2$

(1) 求证：对于任意实数 m ，该二次函数的图像与 x 轴总有公共点；

(2) 该二次函数的图像与 x 轴有两个公共点 A 、 B ，且 A 点坐标为 $(1, 0)$ ，求 B 点坐标。

习题答案



1. (1) 略. (2) 1, 3.

2. (1) $x_1 = 1, x_2 = 2$; (2) $x_1 = x_2 = -3$;
(3) 没有实数根; (4) $x_1 = -1, x_2 = \frac{1}{2}$.

3. (1) 略. (2) 10m.

4. $x = 1$



教学宝

再见

