

6.2 立方根

学习目标

- 1.了解立方根的概念，会用符号表示一个数的立方根。
- 2.会求一个数 的立方根。
- 3.通过类比、讨论、总结出立方根与平方根之间的异同。
- 4.体会学数学的方法-----类比法。

问题：要制作一种容积为 27m^3 的正方体形状的包装箱，这种包装箱的边长是多少？

设这种包装箱的边长为 x m，则

$$x^3 = 27.$$

这就是要求一个数，使它的立方等于 27.

因为 $3^3 = 27$ ，所以 $x = 3$.

因此这种包装箱的边长应为 3 m.

概念:

一般地, 如果一个数的立方等于 a , 那么这个数就叫做 a 的立方根或三次方根。记做

$$\cdot \quad \sqrt[3]{a}$$

如果 $x^3 = a$, 那么 x 叫做 a 的立方根。

其中 a 是被开方数，
3 是根指数，符号“ $\sqrt[3]{}$ ”
读做“三次根号”。

求一个数的立方根的运算，叫做开立方。

立方和开立方互为逆运算



探究

根据立方根的意义填空. 你能发现正数、0 和负数的立方根各有什么特点吗?

因为 $2^3=8$, 所以 8 的立方根是 ();

因为 ()³=0.064, 所以 0.064 的立方根是 ();

因为 ()³=0, 所以 0 的立方根是 ();

因为 ()³=-8, 所以 -8 的立方根是 ();

因为 ()³= $-\frac{8}{27}$, 所以 $-\frac{8}{27}$ 的立方根是 ().

归纳:

正数的立方根是正数

负数的立方根是负数

0 的立方根是0

任意一个数的立方根都是存在且唯一的。被开方数可以为任意数。



探究

因为 $\sqrt[3]{-8} = \underline{\hspace{2cm}}$, $-\sqrt[3]{8} = \underline{\hspace{2cm}}$, 所以 $\sqrt[3]{-8} \underline{\hspace{2cm}} -\sqrt[3]{8}$;

因为 $\sqrt[3]{-27} = \underline{\hspace{2cm}}$, $-\sqrt[3]{27} = \underline{\hspace{2cm}}$, 所以 $\sqrt[3]{-27} \underline{\hspace{2cm}} -\sqrt[3]{27}$.

一般地,

$$\sqrt[3]{-a} = -\sqrt[3]{a}.$$

结论: 被开方数互为相反数时, 其立方根也互为相反数。

例 1 求下列各数的立方根。

(1) 27 (2) -27 (3) $\frac{1}{27}$ (4) -0.064 (5) 0

解：(1) $\because 3^3 = 27$

$\therefore 27$ 的立方根是 3 即 $\sqrt[3]{27} = 3$

(2) $\because (-3)^3 = -27$

$\therefore -27$ 的立方根是 -3 即 $\sqrt[3]{-27} = -3$

(3) $\because \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$

$\therefore \frac{1}{27}$ 的立方根是 $\frac{1}{3}$ 即 $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$

你能说出数的平方根 和立方根有什么不同吗？

		平方根	立方根
定义		如果一个数的平方等于a， 那么这个数就叫a的平方根。	如果一个数的立方等于a， 那么这个数就叫a的立方根。
性质	正数	有两个平方根， 互为相反数	有一个立方根，也是正数
	0	有一个平方根，是0	有一个立方根，是0
	负数	没有平方根	有一个立方根，也是负数
开方		求一个数的平方根的运算叫开平方； 开平方与平方是互逆运算。	求一个数的立方根的运算 叫开立方；开立方与立方 是互逆运算。
表示		$\pm\sqrt{a}$ ，其中a 是被开方数， 2是根指数（省略）	$\sqrt[3]{a}$ ，其中a 是被开方数， 3是根指数（不能省略）

练一练

1.判断下列说法是否正确,并说明理由

(1) $\frac{8}{27}$ 的立方根是 $\pm\frac{2}{3}$ **x**

(2) 25的平方根是5 **x**

(3) -64没有立方根 **x**

(4) -4的平方根是 ± 2 **x**

(5) 0的平方根和立方根都是0 **✓**

练一练

2. 求下列各式的值（口答）：

(1) $\sqrt[3]{1000}$

(2) $\sqrt[3]{-0.001}$

(3) $\sqrt[3]{-1}$

(4) $-\sqrt[3]{\frac{64}{125}}$

试一试：

1. 21 的立方根是 $\sqrt[3]{21}$ ，- 21 的立方根是 $\sqrt[3]{-21}$

2. 若一个数的平方根是 ± 8 ，则这个数的立方根是 2

3. - 8 的立方根与 9 的平方根的积是 ± 6

4. 若 $-\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$ ，则 a 的值为 $-\frac{1}{3}$

5. 已知 $x^2 = 64$ ，则 $\sqrt[3]{x} = \pm 2$

6. 下列命题正确的是 (**B**)

A. $\sqrt{9}$ 的平方根是 ± 3 B. 立方根等于本身的数是 0 和 ± 1

C. 平方根等于本身的数是 1 D. 平方根等于立方根的数是 1

想一想：

立方根是它本身的数有哪些？

有1, -1, 0

平方根是它本身的数呢？

只有0

算术平方根是它本身的数呢？

有1, 0

小 结

- ✧ 1、你这节课学习了哪些知识？
- ✧ 2、你是怎样学习的，有哪些体会？