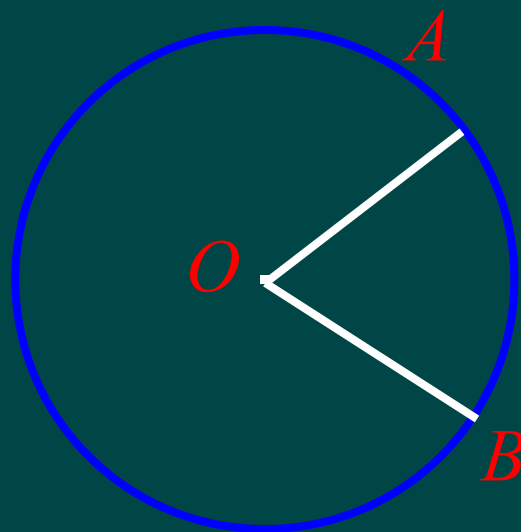


27.2 圆心角和圆周角



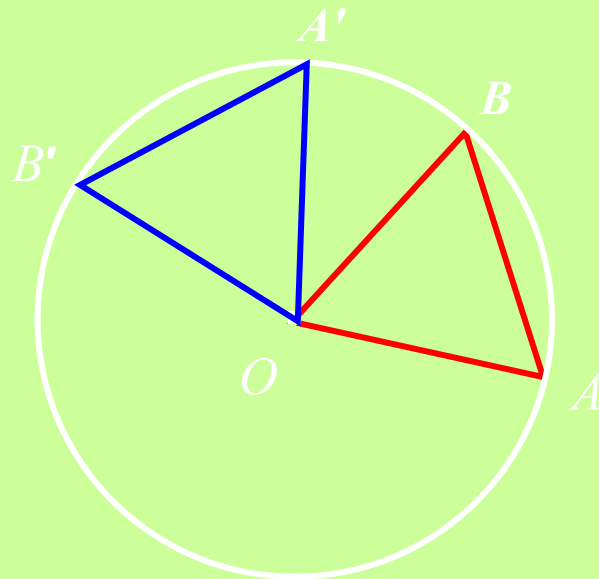
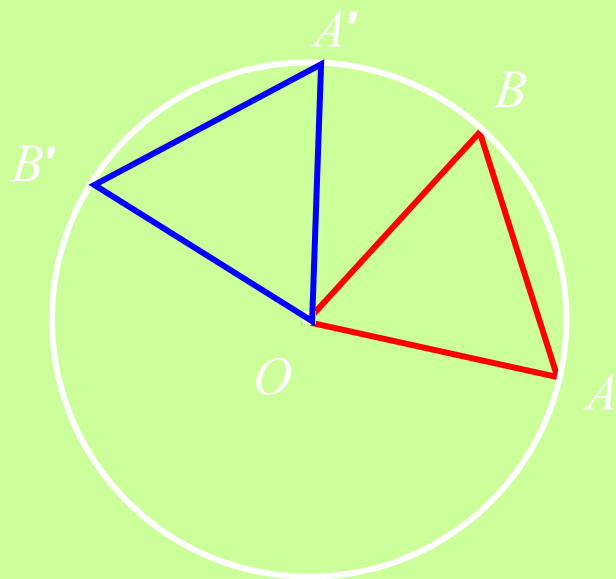
圆心角：我们把顶点在圆心的角叫做**圆心角**。



在 $\odot O$ 中， $\angle AOB$ 就是圆心角，弦 AB 是这个圆心角所对的弦， $\widehat{AB}$ 是它所对的弧

一起探究

如图，将圆心角 $\angle AOB$ 绕圆心 O 旋转到 $\angle A'OB'$ 的位置，你能发现哪些等量关系？为什么？



根据旋转的性质，将圆心角 $\angle AOB$ 绕圆心 O 旋转到 $\angle A'OB'$ 的位置时，显然 $\angle AOB = \angle A'OB'$ ，射线 OA 与 OA' 重合， OB 与 OB' 重合．而同圆的半径相等， $OA = OA'$ ， $OB = OB'$ ，从而点 A 与 A' 重合， B 与 B' 重合．

因此 $\widehat{AB}$ 与 $\widehat{A'B'}$ 重合， AB 与 $A'B'$ 重合．

$$\widehat{AB} = \widehat{A'B'}, \quad AB = A'B'.$$



这样，我们就得到下面的定理：

在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弦相等，所对的弧也相等；相等的弦或相等的弧所对的圆心角相等。

在同圆或等圆中，如果两条弧相等，那么它们所对的圆心角相等，所对的弦相等；

在同圆或等圆中，如果两条弦相等，那么他们所对的圆心角相等，所对的弧相等。

同圆或等圆中，两个圆心角、两条弧、两条弦中有一组量相等，它们所对应的其余各组量也相等。

例题

例1 如图在 $\odot O$ 中, $\widehat{AB}=\widehat{AC}$, $\angle ACB=60^\circ$, 求证 $\angle AOB=\angle BOC=\angle AOC$.

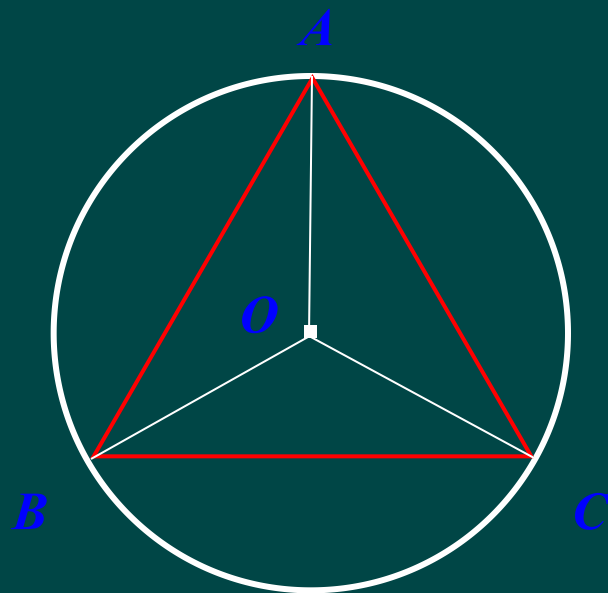
证明: $\because \widehat{AB}=\widehat{AC}$,

$\therefore AB=AC$, $\triangle ABC$ 等腰三角形.

又 $\angle ACB=60^\circ$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形, $AB=BC=CA$.

$\therefore \angle AOB=\angle BOC=\angle AOC$.



练习

1.如图, AB 、 CD 是 $\odot O$ 的两条弦.

(1) 如果 $AB=CD$, 那么 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, $\angle AOB = \angle COD$.

(2) 如果 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, 那么 $AB=CD$, $\angle AOB = \angle COD$.

(3) 如果 $\angle AOB=\angle COD$, 那么 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, $AB=CD$.

(4) 如果 $AB=CD$, $OE \perp AB$ 于 E , $OF \perp CD$ 于 F , OE 与 OF 相等吗? 为什么?

相 等

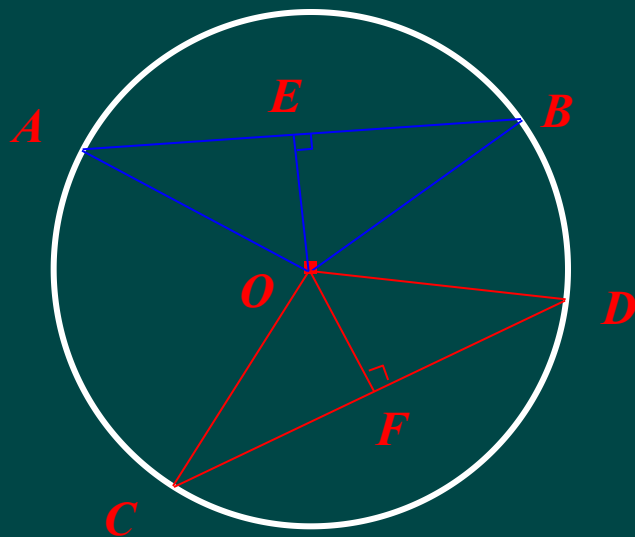
因为 $AB=CD$, 所以 $\angle AOB=\angle COD$.

又因为 $AO=CO$, $BO=DO$,

所以 $\triangle AOB \cong \triangle COD$.

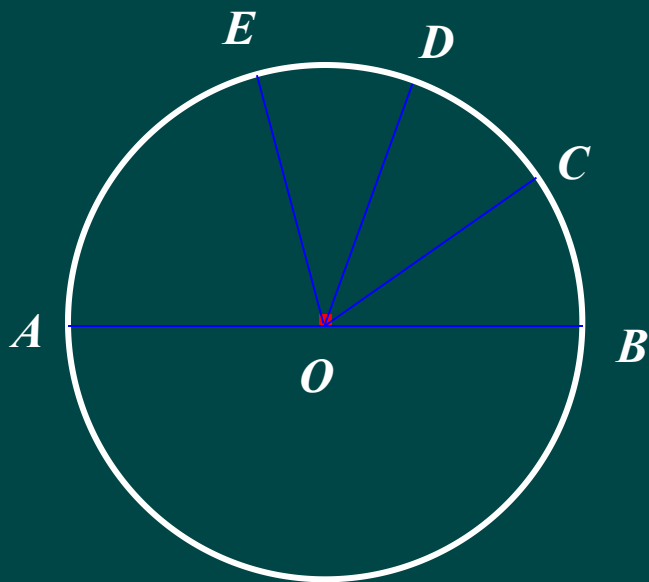
又因为 OE 、 OF 是 AB 与 CD 对应边上的高,

所以 $OE = OF$.



2.如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $\widehat{BC}=\widehat{CD}=\widehat{DE}$, $\angle COD=35^\circ$, 求 $\angle AOE$ 的度数.

解:



$$\because \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE}$$

$$\therefore \angle BOC = \angle COD = \angle DOE = 35^\circ$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle AOE &= 180^\circ - 3 \times 35^\circ \\ &= 75^\circ\end{aligned}$$