

相似三角形 的应用

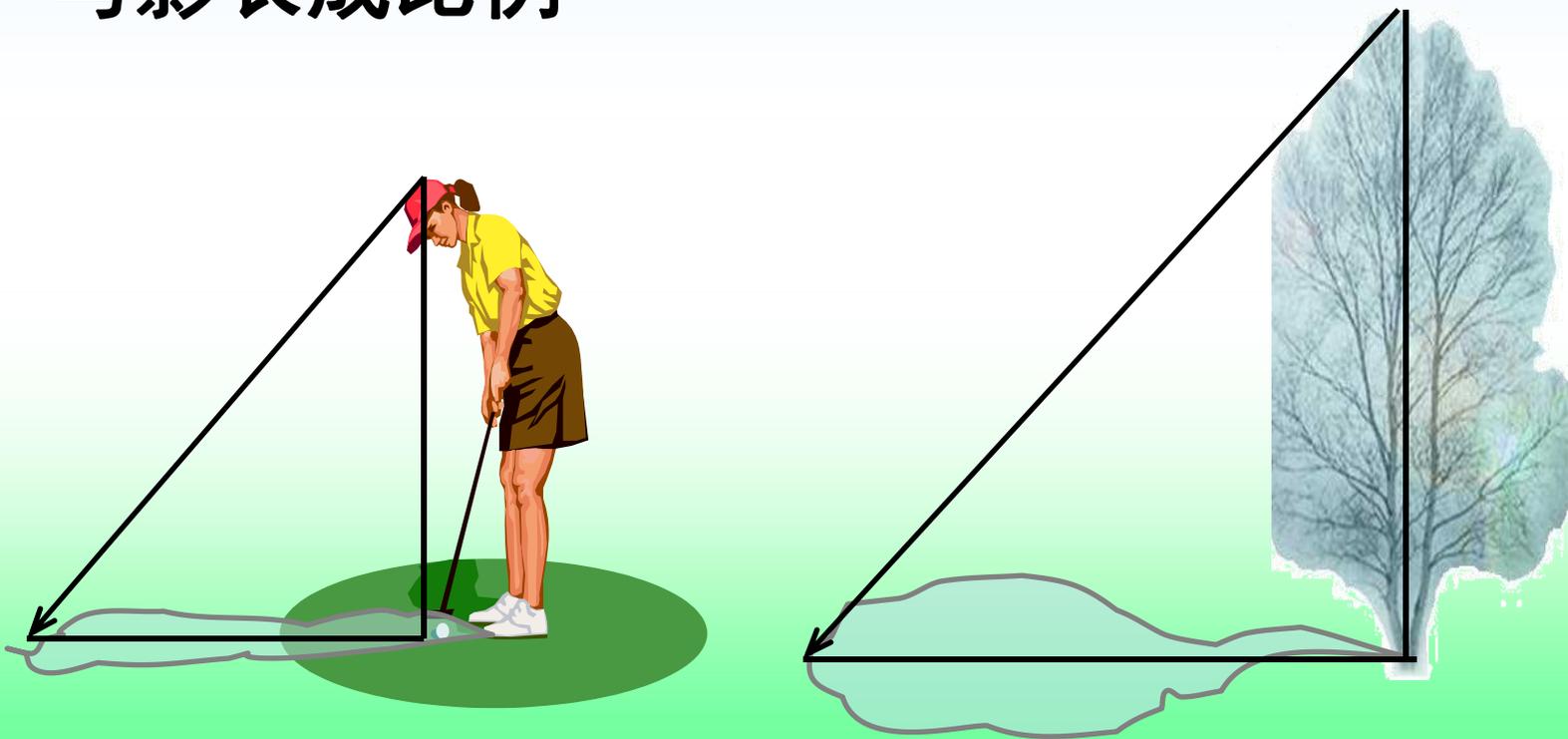
李文征

A photograph of a dense forest with sunlight streaming through the trees, creating visible rays of light (Tyndall effect) against a hazy background. The scene is lush and green, with various shades of foliage and tree trunks visible.

太阳光线可以看成是平行光线。

在阳光下，在同一时刻，物体的高度与物体的影长存在某种关系：物体的高度越高，物体的影长就越长

在平行光线的照射下，不同物体的物高与影长成比例



利用影长测量物体的高度

1. 一根1.5米长的标杆直立在水平地面上, 它在阳光下的影长为2.1米; 此时一棵水杉树的影长为10.5米, 这棵水杉树高为 ()

A. 7.5米 B. 8米 C. 14.7米 D. 15.75米

2. 在某一刻, 有人测得一高为1.8米的竹竿的影长为3米, 某一高楼的影长为60米, 那么高楼的高度是多少米?

走近金字塔



胡夫金字塔是埃及现存规模最大的金字塔，被喻为“世界古代七大奇观之一”。塔的4个斜面正对东南西北四个方向，塔基呈正方形，每边长约230多米。据考证，为建成大金字塔，共动用了10万人花了20年时间。原高146.59米，但由于经过几千年的风吹雨打，顶端被风化吹蚀。所以高度有所降低。

埃及著名的考古专家穆罕穆德决定重新测量胡夫金字塔的高度. 在一个**烈日高照**的上午. 他和儿子小穆罕穆德来到了金字塔脚下, 他想考一考年仅14岁的小穆罕穆德.



给你一条1米高的木杆, 一把皮尺, 你能利用所学知识来测出塔高吗?



例1 据史料记者，古希腊数学家、天文学家泰勒斯曾利用相似三角形的原理，在金字塔影子顶部立一根木杆，利用平行光线构成两个相似三角形，来测量金字塔的高度。

如图，如果木杆 EF 长2m，它的影长 FD 为3m，测得 OA 为201m，求金字塔的高度 BO 。

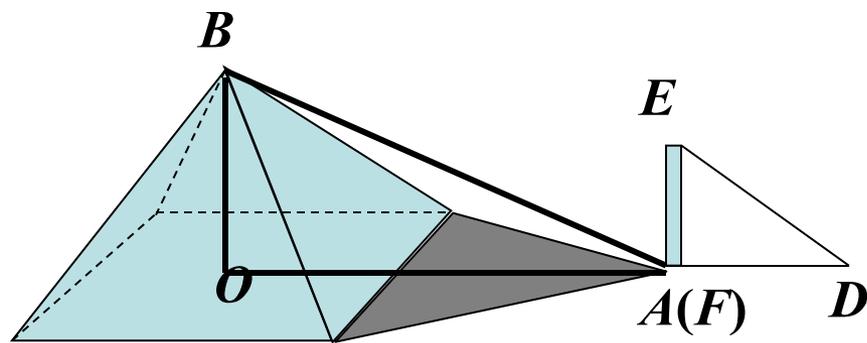
解：太阳光是平行光线，由此 $\angle BAO = \angle EDF$ ，又

$$\angle AOB = \angle DFE = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle ABO \sim \triangle DEF.$$

$$\frac{BO}{EF} = \frac{OA}{FD}$$

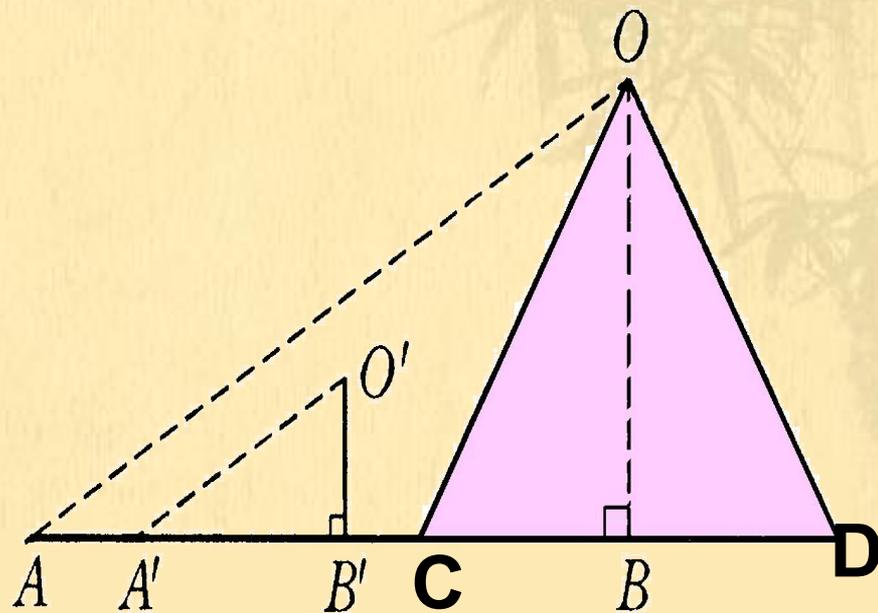
$$BO = \frac{OA \cdot EF}{FD} = \frac{201 \times 2}{3} = 134$$



因此金字塔的高为134m.

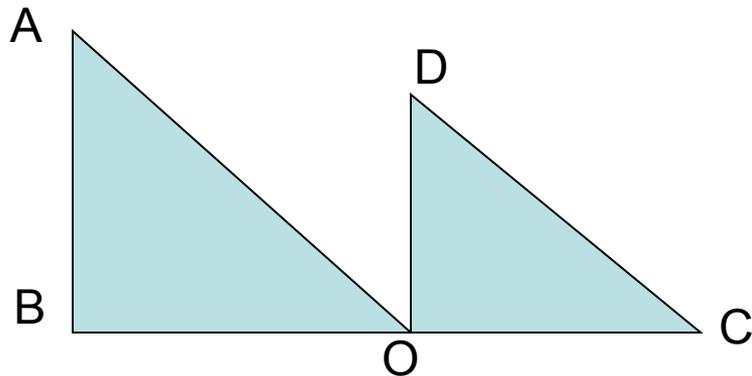
现在小穆罕穆德测得金字塔的的阴影AC的长为32米，他还同时测得小木棒 $O'B$ 的影长是1米，在父亲的帮助下，他还测得了金字塔底边CD的长度大约是230米。

你能不能帮助小穆罕穆德求出这座金字塔的高度？



归纳 利用影长测量物体的高度

- **测量原理：**测量不能到达顶部的物体高度，通常利用“相似三角形的对应边的比相等”和“在同一时刻物高与影长的比相等”的原理来解决。
- **测量方法：**如图，在同一时刻测量出参照物和被测量物体的影长 CO, BO ，再测量出参照物的高度 DO ，然后计算出被测量物体的高度 AB 。





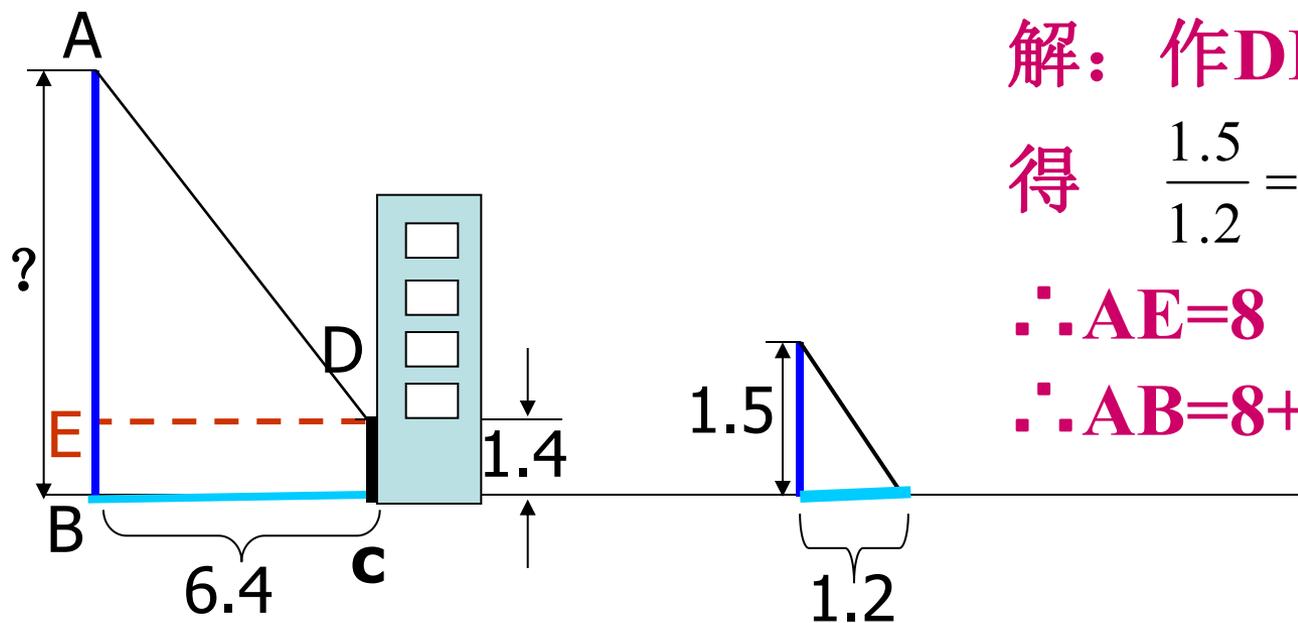
知识要点

测高的方法

测量不能到达顶部的物体的高度，通常用“在同一时刻物高与影长成正比例”的原理解决。

$$\text{物}_1\text{高} : \text{物}_2\text{高} = \text{影}_1\text{长} : \text{影}_2\text{长}$$

变式1. 某同学想利用树影测量树高. 他在某一时刻测得小树高为1.5米时, 其影长为1.2米, 当他测量教学楼旁的一棵大树影长时, 因大树靠近教学楼, 有一部分影子在墙上. 经测量, 地面部分影长为6.4米, 墙上影长为1.4米, 那么这棵大树高多少米?



解: 作 $DE \perp AB$ 于 E

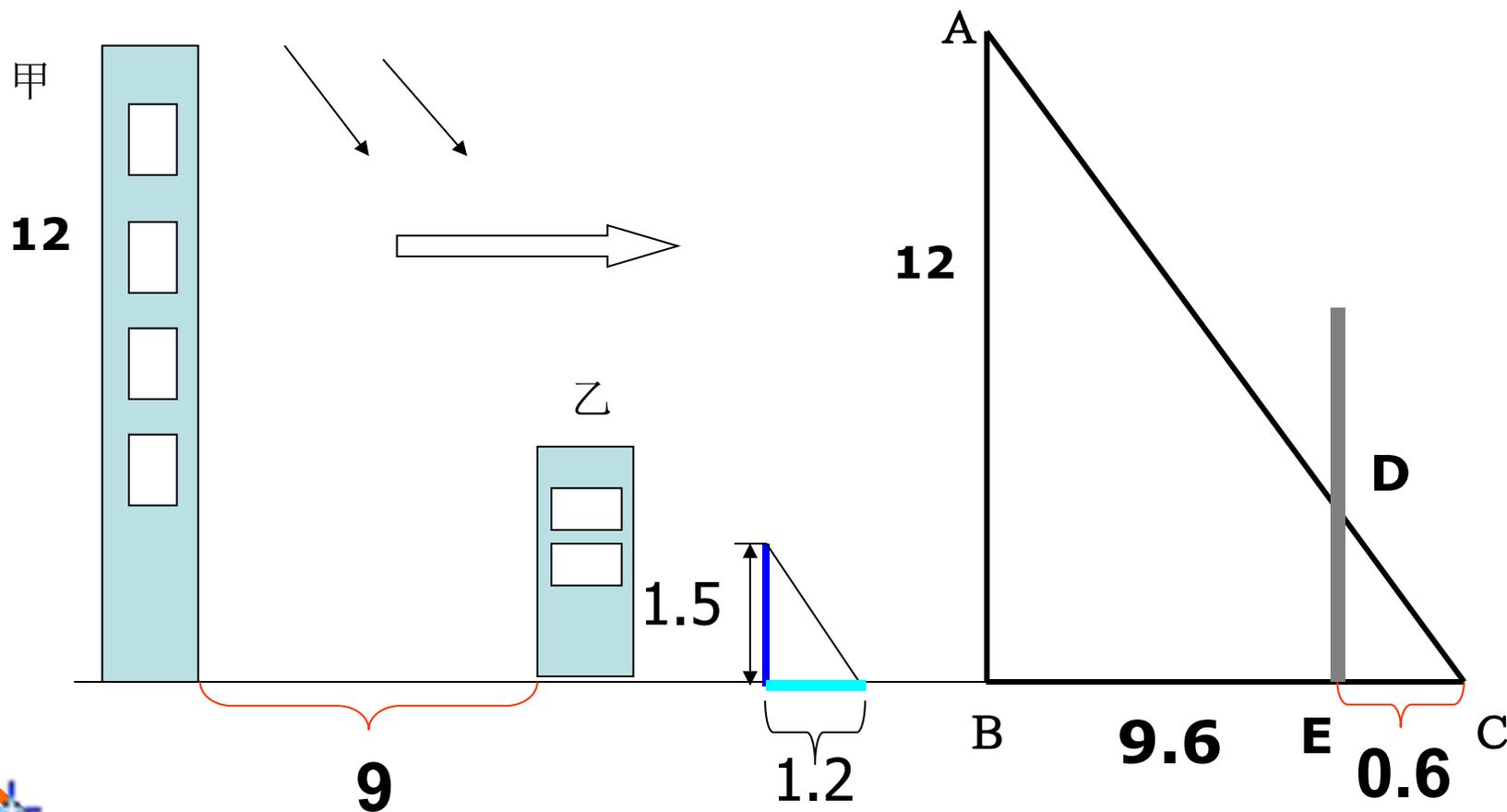
得 $\frac{1.5}{1.2} = \frac{x}{6.4}$

$\therefore AE = 8$

$\therefore AB = 8 + 1.4 = 9.4$ 米

物体的影长不等于地上的部分加上墙上的部分

拓展：已知教学楼高为12米，在距教学楼9米的北面有一建筑物乙，此时教学楼会影响乙的采光吗？



例2. 小明要测量一座古塔的高度, 从距他2米的一小块积水处C看到塔顶的倒影, 已知小明的眼部离地面的高度DE是1.5米, 塔底中心B到积水处C的距离是40米. 求塔高AB?

解: $\because \angle DEC = \angle ABC = 90^\circ$

$\angle DCE = \angle ACB$

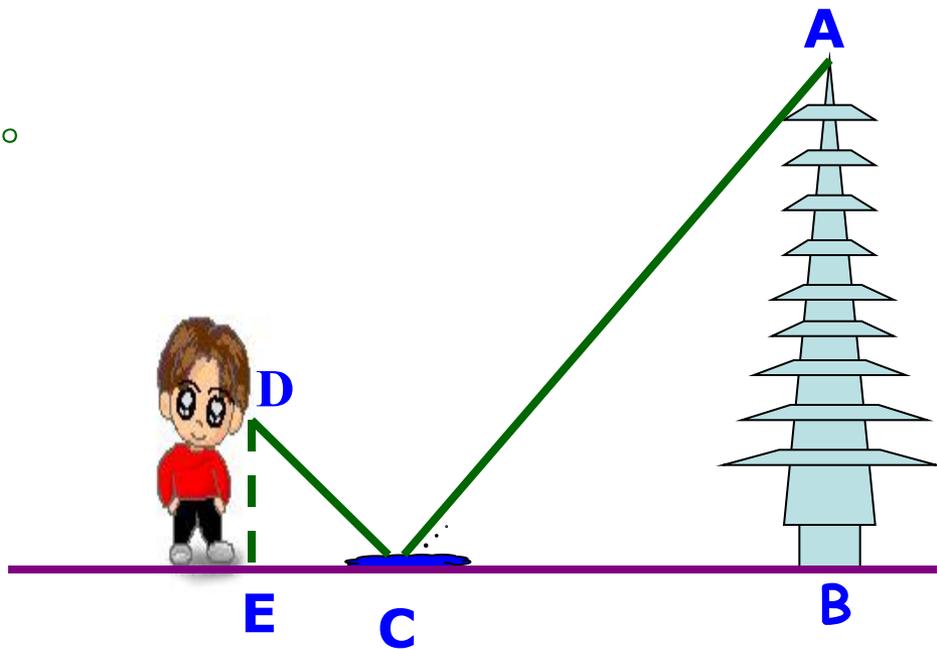
$\therefore \triangle DEC \sim \triangle ABC$

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{CE}$$

$$\frac{AB}{1.5} = \frac{40}{2}$$

$$\therefore AB = 30$$

答: 塔高30米.

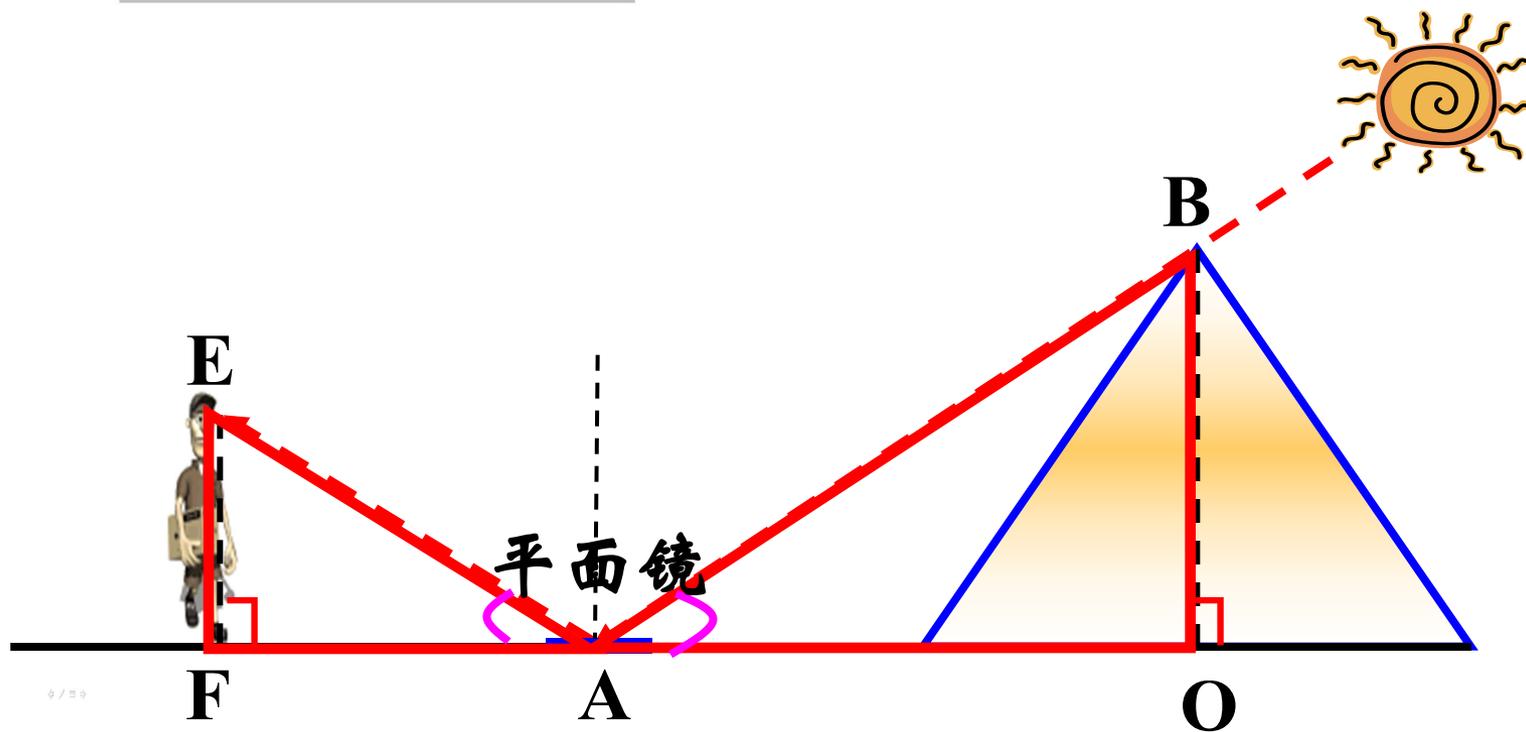


这里运用了物理中哪个原理?

一题多解



还可以有其他方法测量吗？

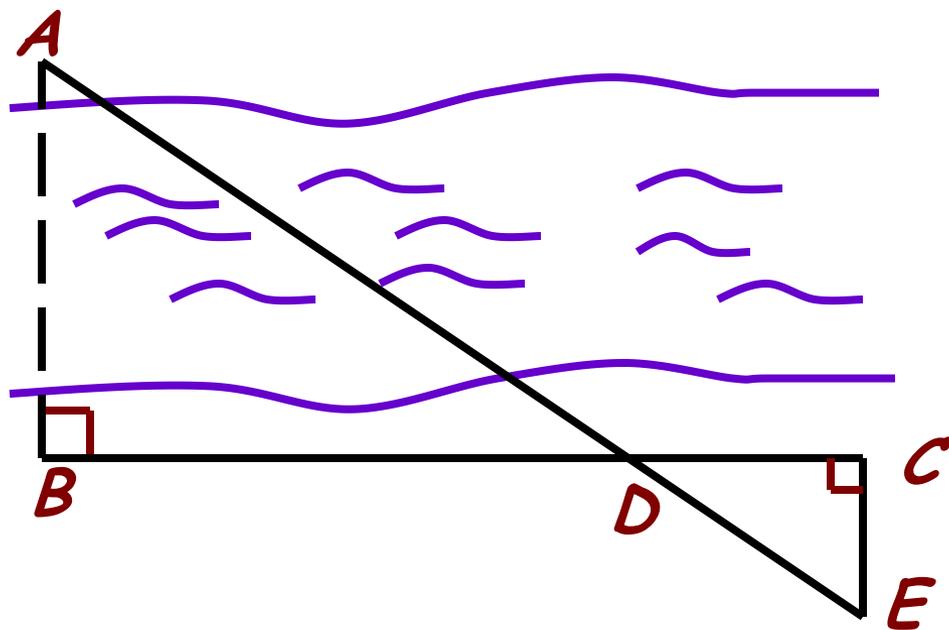


$$\triangle ABO \sim \triangle AEF \rightarrow \frac{OB}{EF} = \frac{OA}{AF} \rightarrow OB = \frac{OA \cdot EF}{AF}$$



把一小镜子放在离树（AB）8米的点E处，然后沿着直线BE后退到点D，这时恰好镜子里看到树梢顶点A，再用皮尺量得 $DE=2.8\text{m}$ ，观察者目高 $CD=1.6\text{m}$ 。这时树高多少？你能解决这个问题吗？

例3: 如图:为了估算河的宽度,我们可以在河对岸选定一个目标作为点A,再在河的这一边选点B和C,使 $AB \perp BC$,然后,再选点E,使 $EC \perp BC$,用视线确定BC和AE的交点D.此时如果测得 $BD=120$ 米, $DC=60$ 米, $EC=50$ 米,求两岸间的大致距离AB.



方法一： 如图：为了估算河的宽度，我们可以在河对岸选定一个目标作为点A，再在河的这一边选点B和C，使 $AB \perp BC$ ，然后，再选点E，使 $EC \perp BC$ ，用视线确定BC和AE的交点D。此时如果测得 $BD=120$ 米， $DC=60$ 米， $EC=50$ 米，求两岸间的大致距离AB。

解： $\because \angle ADB = \angle EDC$

$$\angle ABC = \angle ECD = 90^\circ.$$

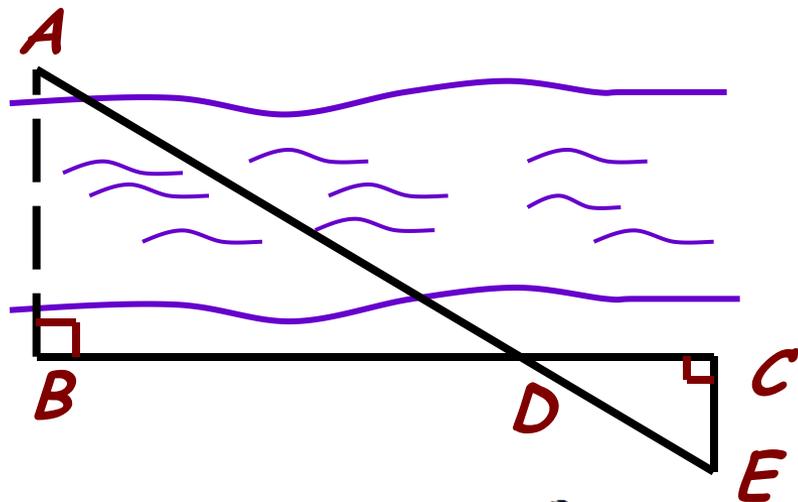
$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle ECD$$

$$\therefore AB : EC = BD : CD$$

$$\therefore AB = BD \times EC / CD$$

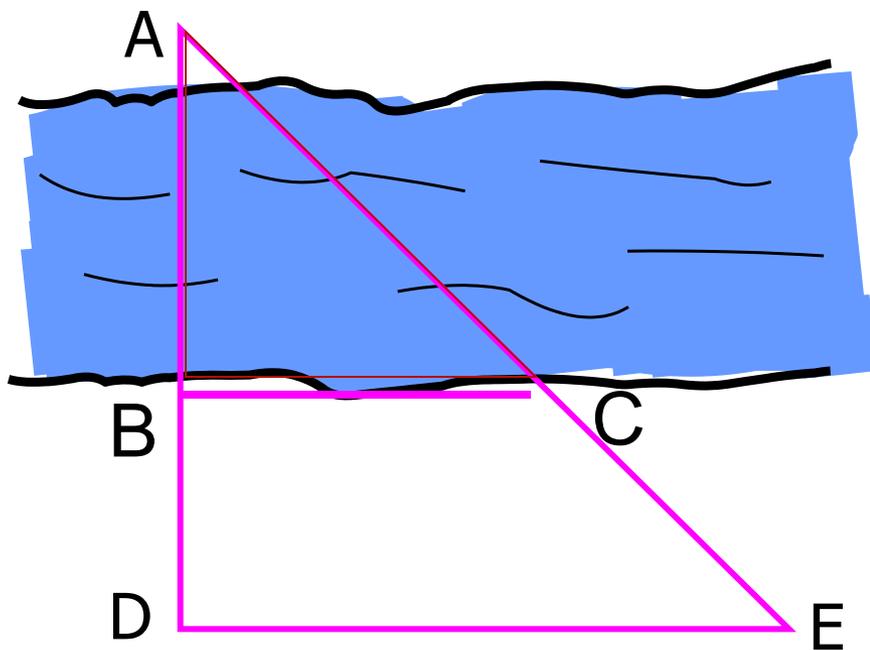
$$= 120 \times 50 / 60$$

$$= 100 \text{ (米)}$$



答：两岸间的大致距离为**100**米。

方法二：我们还可以在河对岸选定一目标点**A**，再在河的一边选点**D**和 **E**，使 **$DE \perp AD$** ，然后，再选点**B**，作 **$BC \parallel DE$** ，与视线**EA**相交于点**C**。此时，测得**DE**，**BC**，**BD**，就可以求两岸间的大致距离**AB**了。



此时如果测得 **$DE = 120$ 米**， **$BC = 60$ 米**， **$BD = 50$ 米**，求两岸间的大致距离**AB**。

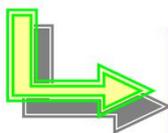
归纳

测量河的宽度

- **测量原理：** 测量不能直接到达的两点间的距离，常构造相似三角形求解。

- **测量方法：**

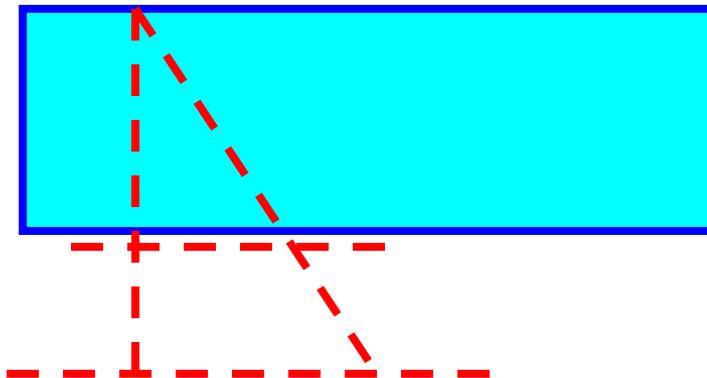
为了估算河的宽度，我们可以在河对岸选定一个目标作为点 A ，再在河的这一边选点 B 和 C ，使 $AB \perp BC$ ，然后，再选点 E ，使 $EC \perp BC$ ，用视线确定 BC 和 AE 的交点 D 。此时如果测得 BD ， DC ， EC 的长，根据相似三角形对应边的比求出河宽 AB 。



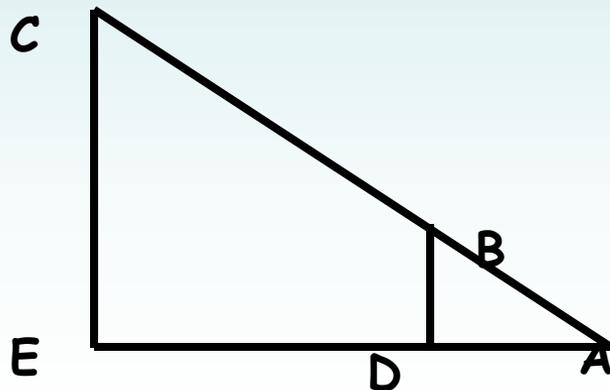
知识要点

测距的方法

测量不能到达两点间的距离,常构造相似三角形求解。

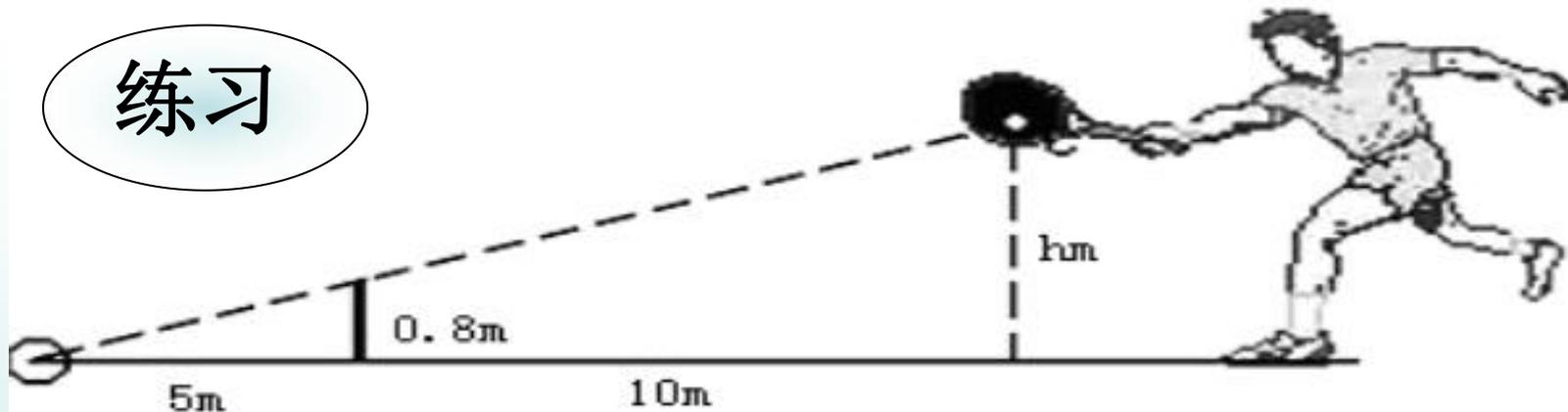


如图, 小东设计两个直角来测量河宽DE, 他量得 $AD=2m$, $BD=3m$, $CE=9m$, 则河宽DE为 ()



- (A).5m (B).4m
(c).6m (D).8m

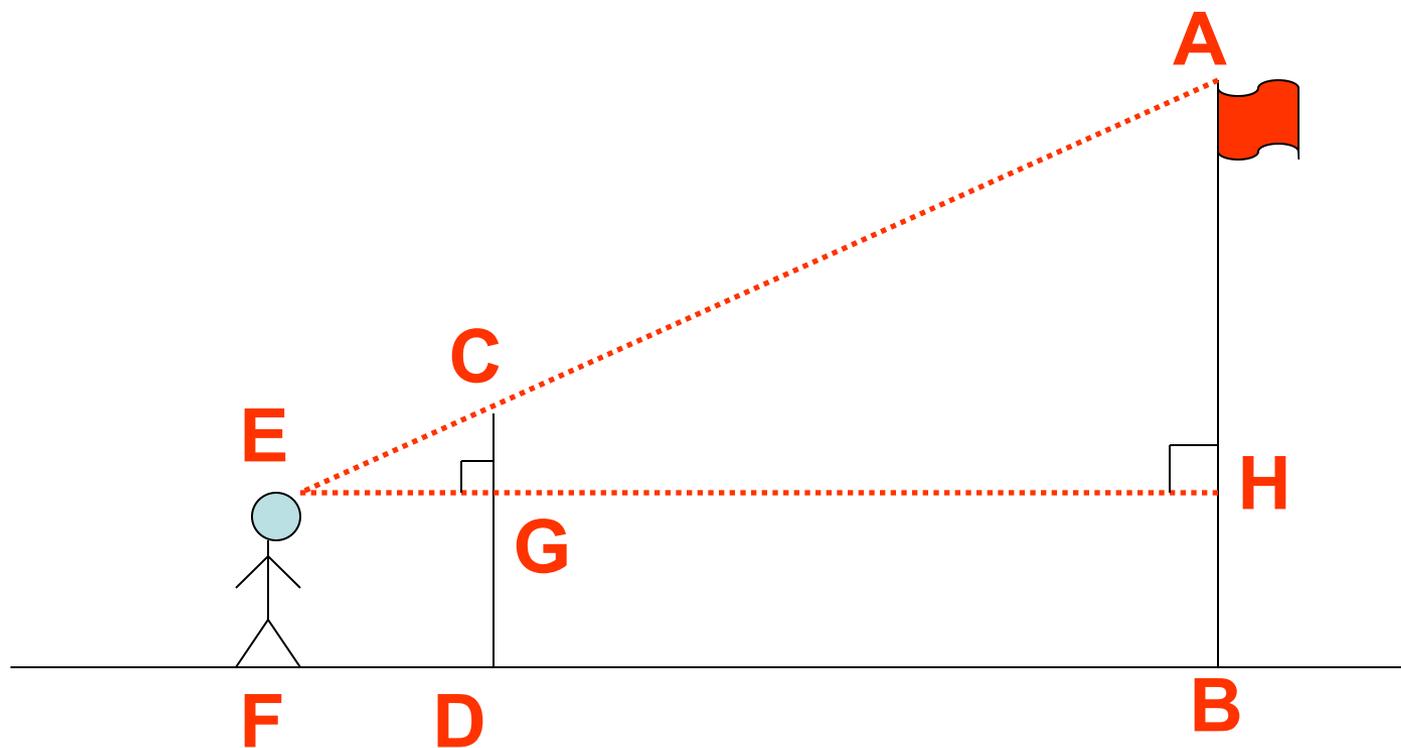
练习



(第6题)

如图, 小明在打网球时, 使球恰好能打过网, 而且落在离网5米的位置上, 求球拍击球的高度 h .

方法3：利用标杆测量物体的高度



②如图 27-2-17(2)利用“标杆和视角”构建三角形，其数学模型为：

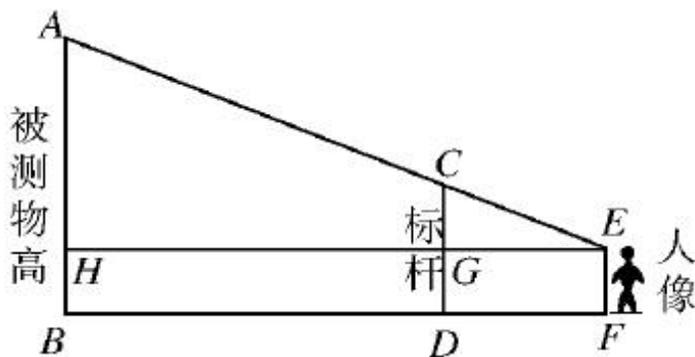
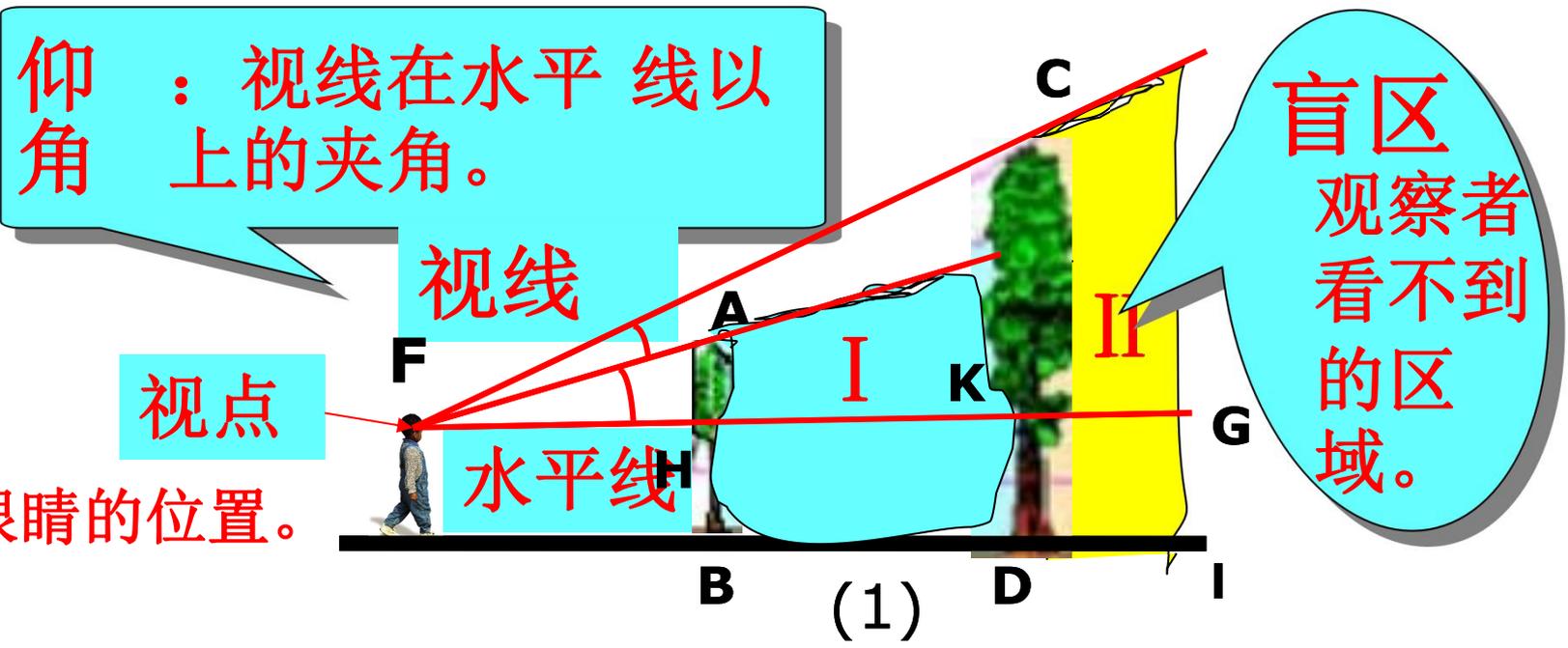


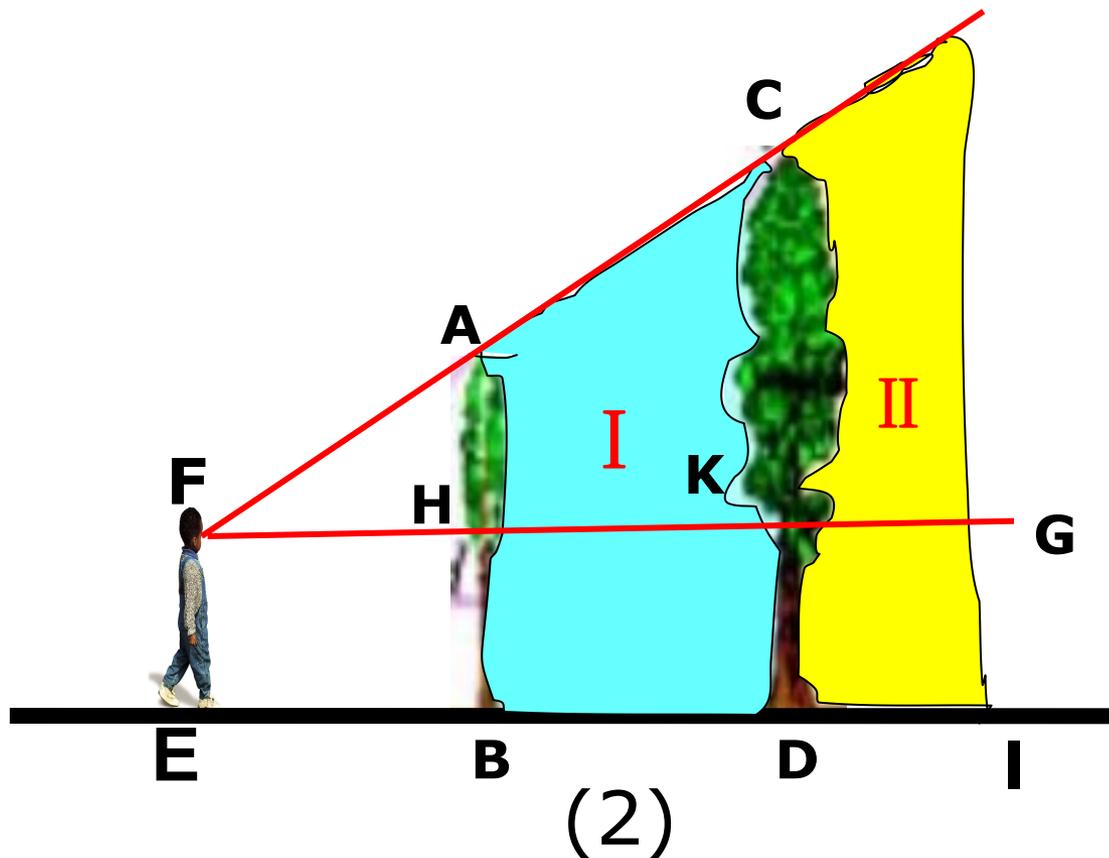
图 27-2-17(2)

比例式为：
$$\frac{AH}{CG} = \frac{HE}{GE}.$$

例3: 已知左, 右并排的两棵大树的高分别是 $AB=8m$ 和 $CD=12m$, 两树的根部的距离 $BD=5m$ 。一个身高 $1.6m$ 的人沿着正对着两棵树的一条水平直路从左向右前进, 当他与左边较低的树的距离小于多少时, 就不能看见右边较高的树的顶 endpoint C ?



分析：



假设观察者从左向右走到点E时，他的眼睛的位置点F与两颗树的顶端点A、C恰在一条直线上，如果观察者继续前进，由于这棵树的遮挡，右边树的顶端点C在观察者的盲区之内，观察者看不到它。

由题意可知, $AB \perp L$, $CD \perp L$,

$\therefore AB \parallel CD$, $\triangle AFH \sim \triangle CFK$

$$\therefore \frac{FH}{FK} = \frac{AH}{CK}$$

即
$$\frac{FH}{FH+5} = \frac{8-1.6}{12-1.6}$$

解得 $FH=8$

\therefore 当他与左边的树的距离小于8m时, 由于这棵树的遮挡, 右边树的顶端点C在观察者的盲区之内, 就不能看见右边较高的树的顶端点C

- 如图：直立在点**B**处的标杆**AB**长为**2.5**米，观察者站在点**F**处，人眼**E**，标杆顶**A**，树顶**C**在同一条直线上，**C**点**F, B, D**也在同一条直线上，已知**BD=10**米，**FB=3**米，**EF=1.7**米，求树高**DC**？



课堂小结

1. 相似三角形的应用主要有两个方面：

(1) 测高（不能直接使用皮尺或刻度尺量的）

测量不能到达顶部的物体的高度，通常用“在同一时刻物高与影长成比例”的原理解决。

(2) 测距（不能直接测量的两点间的距离）

测量不能到达两点间的距离，常构造相似三角形求解。

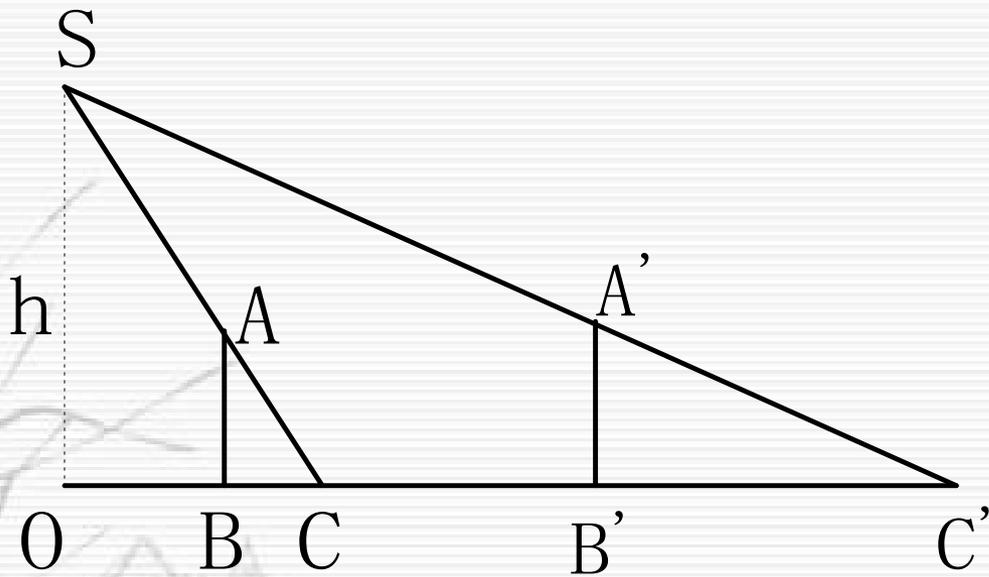
2. 解相似三角形实际问题的一般步骤：

(1) 审题。

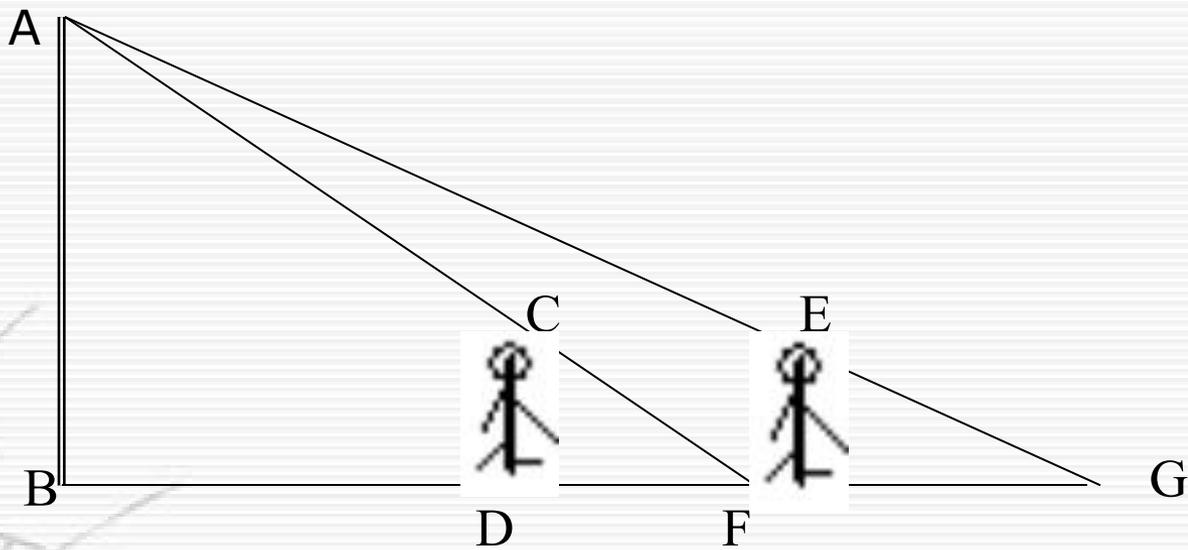
(2) 构建图形。

(3) 利用相似解决问题。

3.为了测量路灯（**OS**）的高度,把一根长**1.5**米的竹竿（**AB**）竖直立水平地面上,测得竹竿的影子（**BC**）长为**1**米,然后拿竹竿向远离路灯方向走了**4**米（**BB'**）,再把竹竿竖立在地面上,测得竹竿的影长（**B'C'**）为**1.8**米,求路灯离地面的高度.



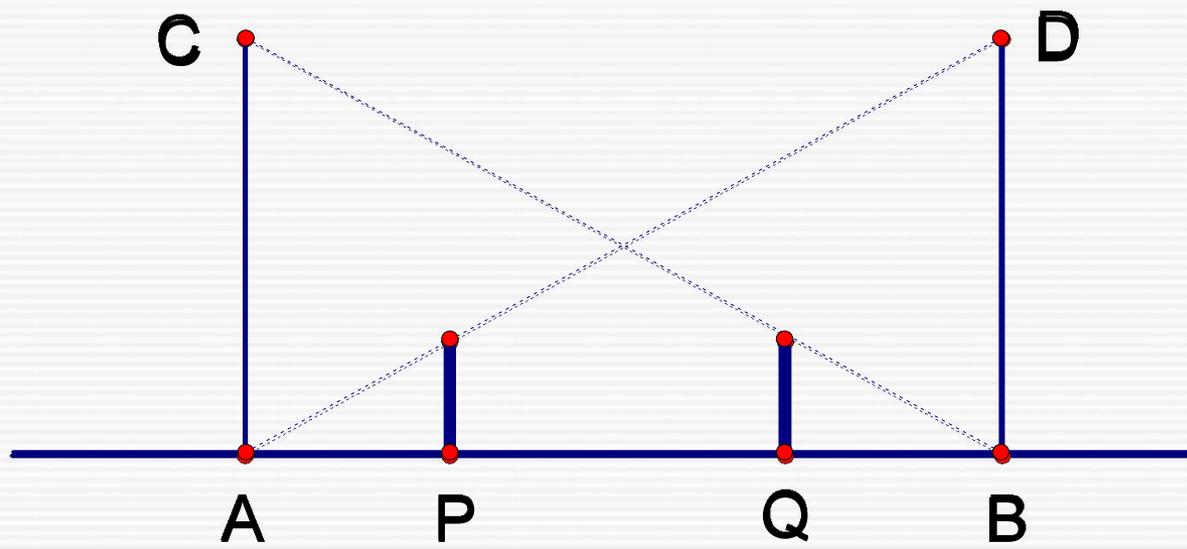
4、如图，有一路灯杆**AB**(底部**B**不能直接到达)，在灯光下，小明在点**D**处测得自己的影长**DF=3m**，沿**BD**方向到达点**F**处再测得自己得影长**FG=4m**，如果小明得身高为**1.6m**，求路灯杆**AB**的高度。



5.如图，小华在晚上由路灯A走向路灯B，当他走到点P时，发现他身后影子的顶部刚好接触到路灯A的底部，当他向前再步行12m到达点Q时，发现他身前影子的顶部刚好接触到路灯B的底部，已知小华的身高是1.60m，两个路灯的高度都是9.6m，设 $AP = x(m)$ 。

(1)求两路灯之间的距离；

(2)当小华走到路灯B时，他在路灯下的影子是多少？



课堂小结:

一、相似三角形的应用主要有如下两个方面

- 1 测高(不能直接使用皮尺或刻度尺量的)
- 2 测距(不能直接测量的两点间的距离)

二、测高的方法

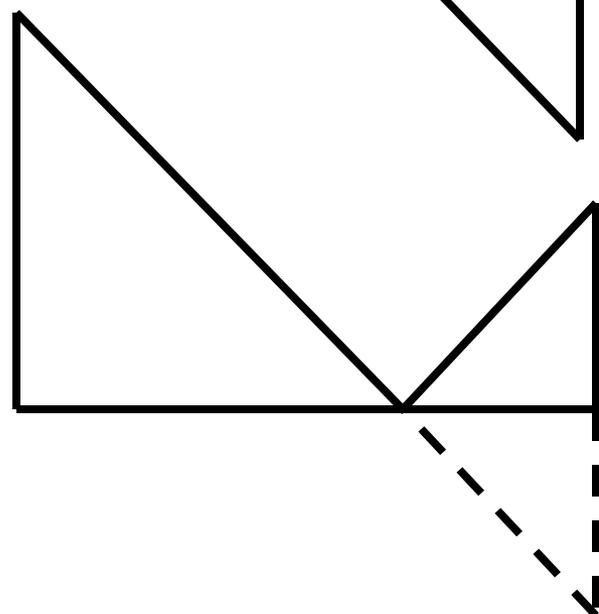
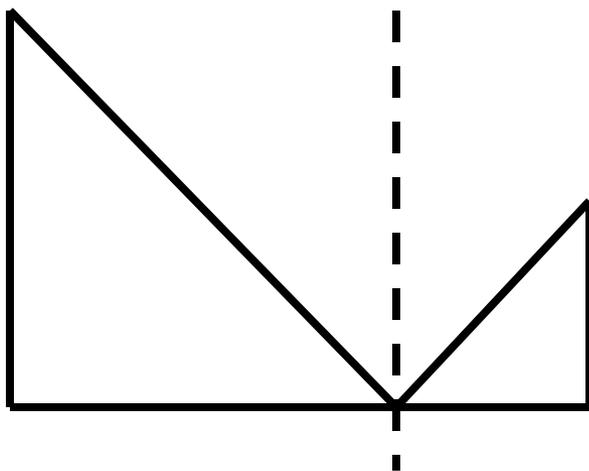
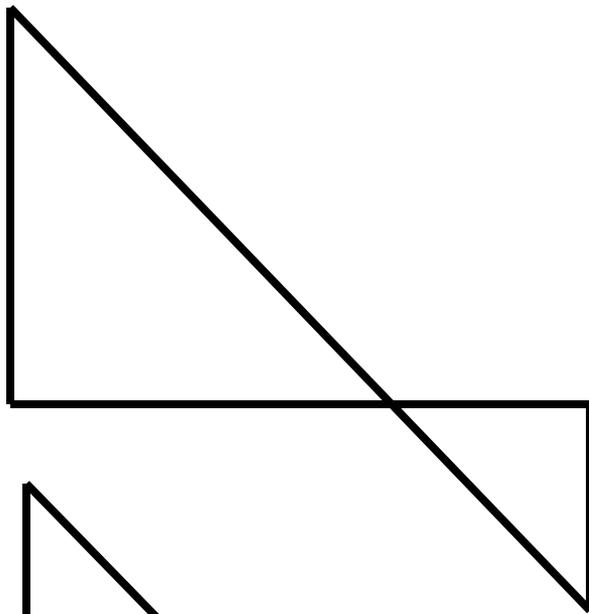
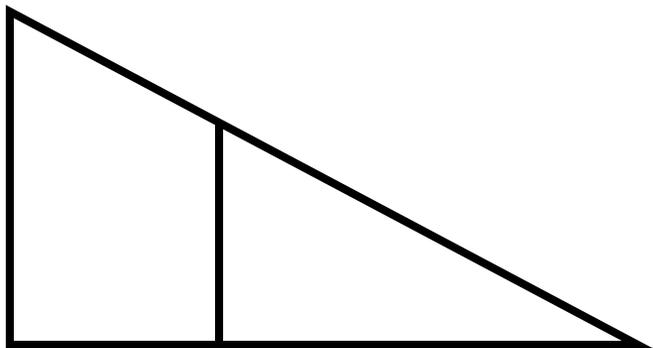
测量不能到达顶部的物体的高度,通常用“在同一时刻物高与影长的比例”的原理解决

三、测距的方法

测量不能到达两点间的距离,常构造相似三角形求解

课堂小结:

四、相似三角形的应用的主要图形



挑战自我

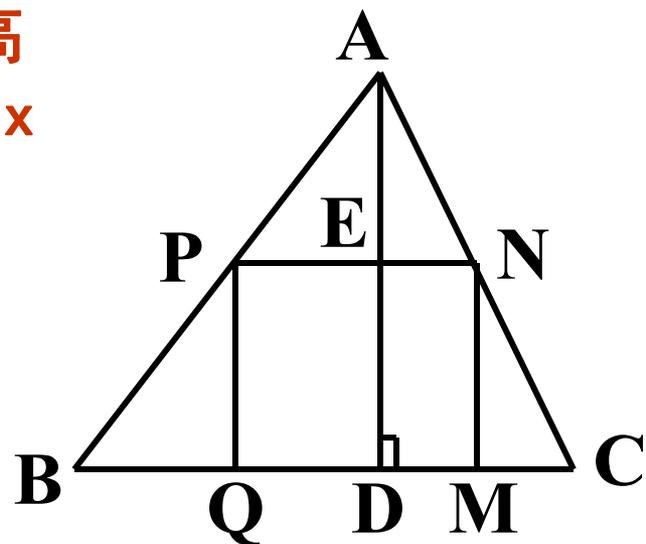
1、如图， $\triangle ABC$ 是一块锐角三角形余料，边 $BC=120$ 毫米，高 $AD=80$ 毫米，要把它加工成正方形零件，使正方形的一边在 BC 上，其余两个顶点分别在 AB 、 AC 上，这个正方形零件的边长是多少？

解：设正方形 $PQMN$ 是符合要求的 $\triangle ABC$ 的高 AD 与 PN 相交于点 E 。设正方形 $PQMN$ 的边长为 x 毫米。

因为 $PN \parallel BC$ ，所以 $\triangle APN \sim \triangle ABC$

$$\text{所以 } \frac{AE}{AD} = \frac{PN}{BC}$$

$$\text{因此 } \frac{80-x}{80} = \frac{x}{120}, \text{ 得 } x=48 \text{ (毫米)。答：-----。}$$



作业：

课堂作业：

课本p56 10

P57 11

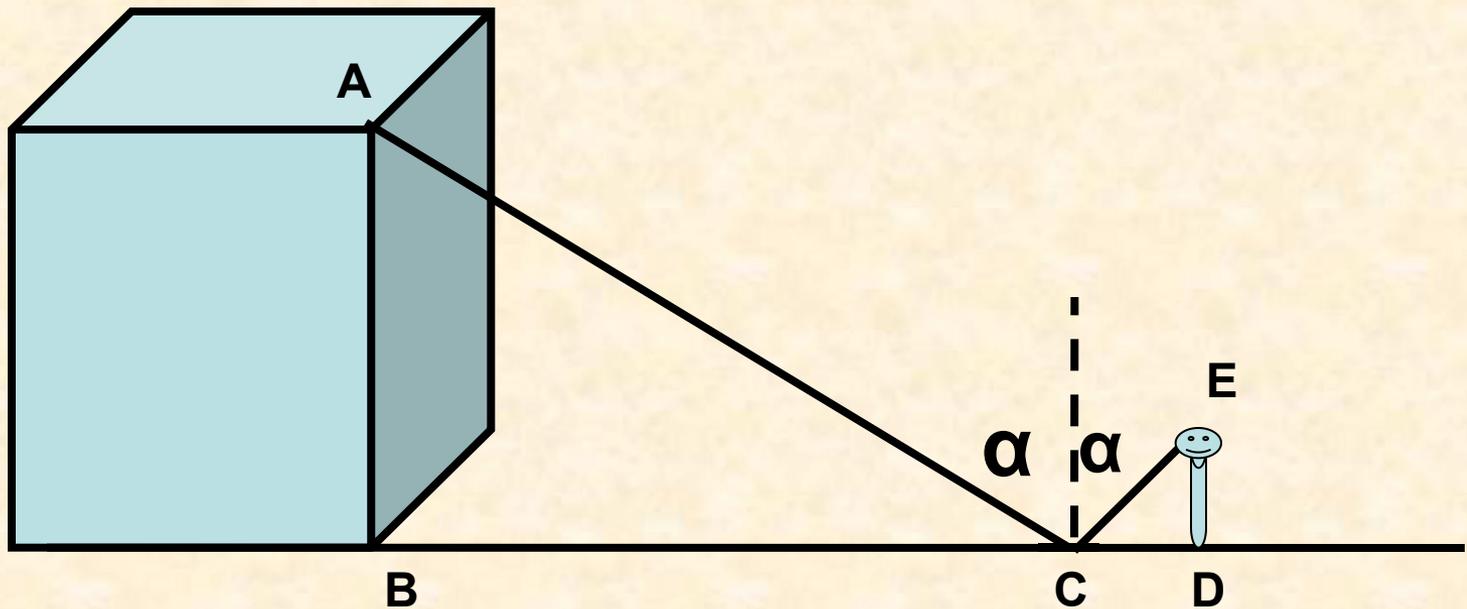
P8 8

家庭作业：

基础训练p64~p67

探索与思考选作

- 练习：1. 小军想出了一个测量建筑物高度的方法：在地面上C处平放一面镜子，并在镜子上做一个标记，然后向后退去，直至看到建筑物的顶端A在镜子中的象与镜子上的标记重合。如果小军的眼睛距地面1.65m，BC、CD的长分别为60m、3m，求这座建筑物的高度。



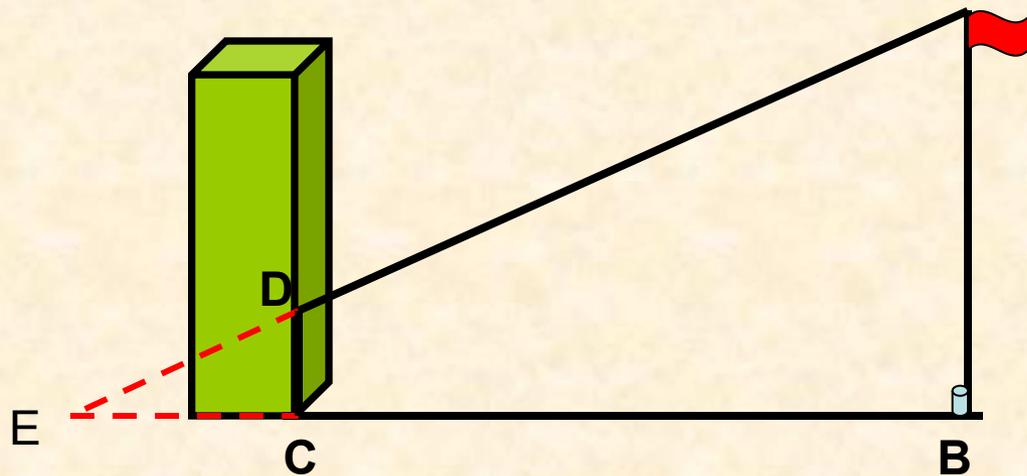
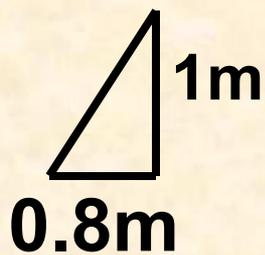
巩固

3、如图，为了测量一栋大楼的高度，王青同学在她脚下放了一面镜子，然后向后退，直到她刚好在镜子中看到大楼顶部。这时 $\angle LMK$ 等于

$\angle SMT$ 吗？如果王青的身高 1.55m ，她估计自己眼睛离地面 1.50m ，同时量得 $LM=30\text{cm}$ ， $MS=25\text{m}$ ，这栋大楼有多高？



- 变式1：小丽利用影长测量学校旗杆的高度。由于旗杆靠近一个建筑物，在某一时刻旗杆影子中的一部分映在建筑物的墙上。小丽测得旗杆AB在地面上的影长BC为20m，在墙上的影长CD为4m，同时又测得竖立于地面的1m长的标杆影长为0.8m，请帮助小丽求出旗杆的高度。

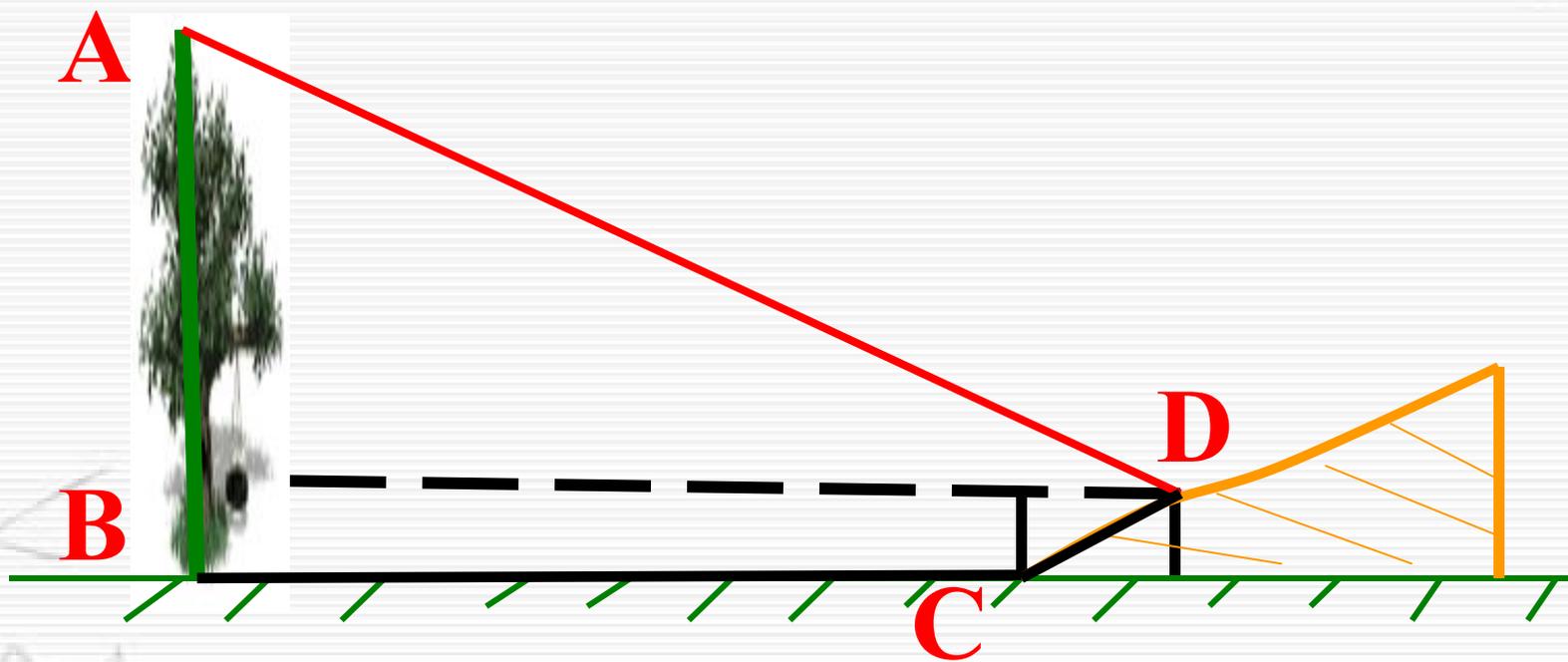


2. 教学楼旁边有一棵树，数学兴趣小组的同学们想利用树影测量树高。课外活动时在阳光下他们测得一根长为1米的竹竿的影长是0.9米，但当他们马上测量树高时，发现树的影子不全落在地面上，有一部分影子落在教学楼的墙壁上。他们测得落在地面上的影长2.7米，落在墙壁上的影长1.2米，请你和他们一起算一下，树高多少米？

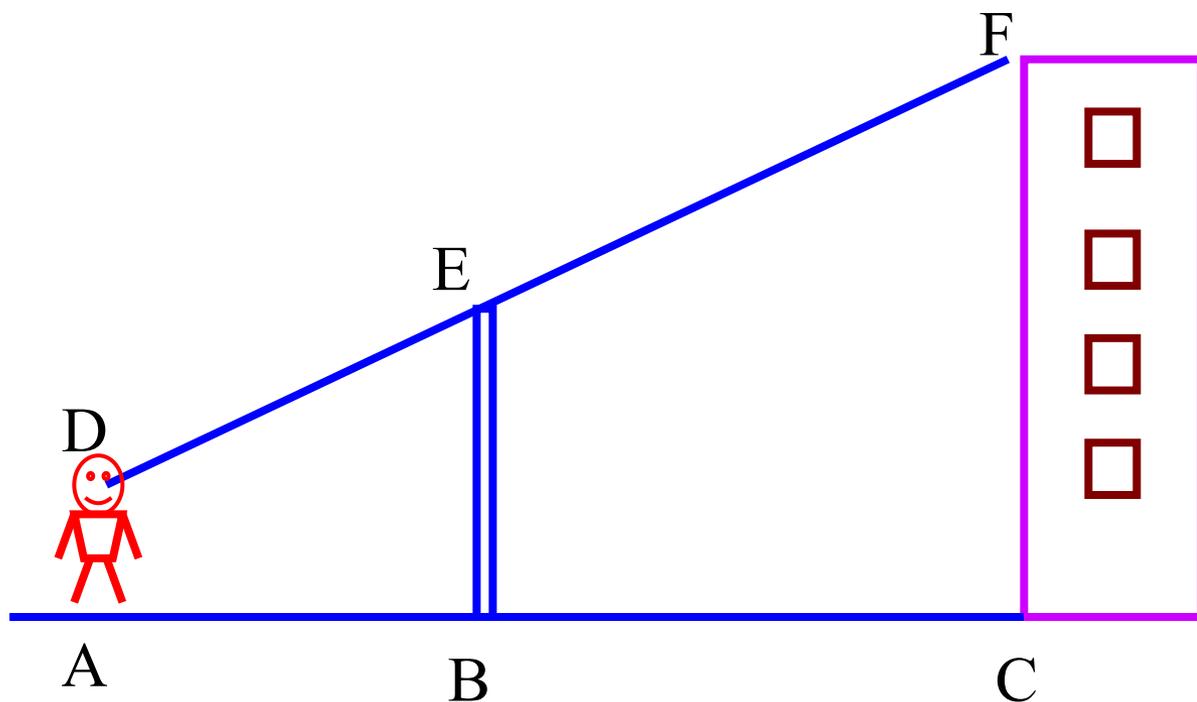


图11

7. 如图：小明想测量一颗大树AB的高度，发现树的影子恰好落在土坡的坡面CD和地面CB上，测得 $CD=4\text{m}$ ， $BC=10\text{m}$ ， CD 与地面成 30° 角，且测得1米竹杆的影子长为2米，那么树的高度是多少？



3. 皮皮欲测楼房高度，他借助一长5m的标竿，当楼房顶部、标竿顶端与他的眼睛在一条直线上时，其他人测出 $AB=4m$ ， $AC=12m$ 。已知皮皮眼睛离地面1.6m。请你帮他算出楼房的高度。



例8.如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=8\text{cm}$,
 $4AC-3BC=0$,点P从B点出发,沿BC方向以 2cm/s
的速度移动,点Q从C点出发,沿CA的方向以 1cm/s
的速度移动,若P,Q分别从B,C同时出发,经过几秒
以C,P,Q为顶点的三角形与 $\triangle CBA$ 相似?

