解直角三角形

学习目标

1、理解坡度、坡角等概念，会应用解直角三角形的知识解决与坡度、坡角有关的问题；

2、进一步培养分析、解决问题的能力，体会数形结合的思想.

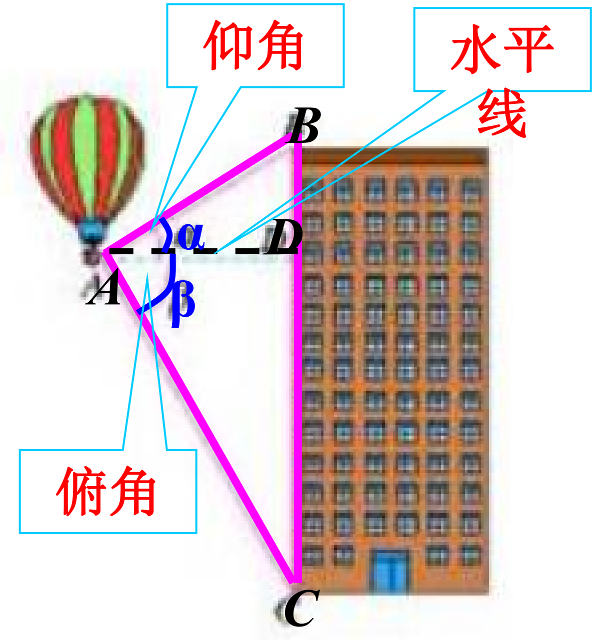
新课导入

海中有一个小岛A，该岛四周10海里内有暗礁.今有货轮由西向东航行，开始在A岛南偏西55°的B处，往东行驶20海里后，到达该岛的南偏西25°的C处,之后，货轮继续往东航行，你认为货轮继续向东航行途中会有触礁的危险吗?你是如何想的?与同伴进行交流.

知识讲解

热气球的探测器显示，从热气球看一栋高楼顶部的仰角为30°，看这栋高楼底部的俯角为60°，热气球与高楼的水平距离为120m，这栋高楼有多高（结果精确到0.1m）

解析：Rt△ABC中，α=30°，AD=120，所以利用解直角三角形的知识求出BD；类似地可以求出CD，进而求出BC.



解析：如图， α =30°，β = 60°，AD＝120.

$$\because \tan a = \frac{BD}{AD}, \tan\beta = \frac{CD}{AD}$$

$$\therefore BD = AD \cdot \tan a = 120 \times \tan 30^{\circ}$$

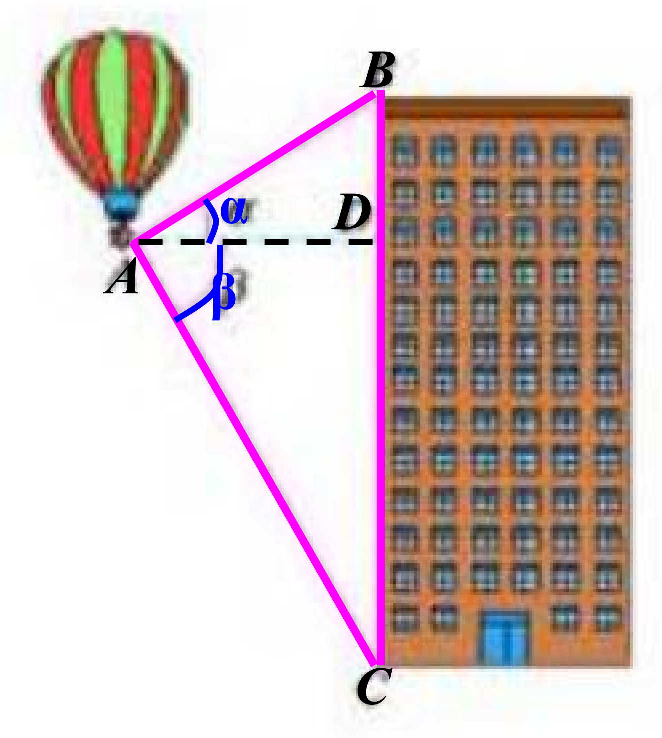
$$= 120 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 40\sqrt{3}$$

$$CD = AD \cdot \tan\beta = 120 \times \tan 60^{\circ}$$

$$= 120 \times \sqrt{3} = 120\sqrt{3}$$

$$\therefore BC = BD + CD = 40\sqrt{3} + 120\sqrt{3}$$

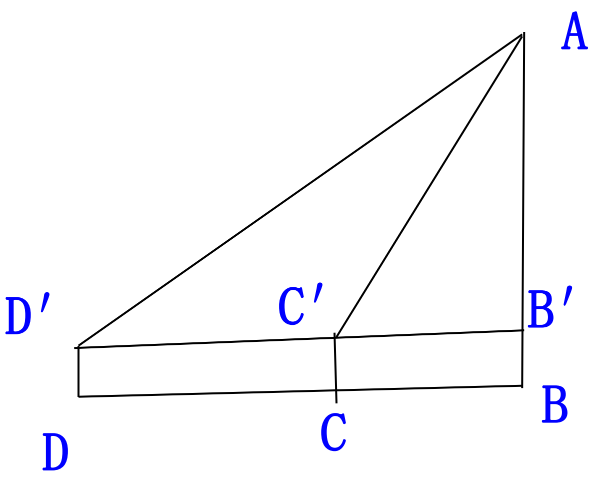
$$= 160\sqrt{3} \approx 277.1$$



答：这栋楼高约为277.1m

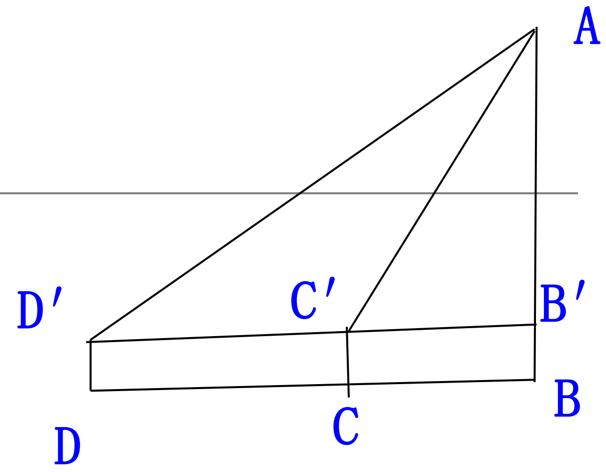
例 题

如图，小明想测量塔AB的高度.他在D处仰望塔顶，测得仰角为30°，再往塔的方向前进50m至C处.测得仰角为60°，小明的身高1.5 m.那么该塔有多高?(结果精确到1 m)，你能帮小明算出该塔有多高吗?



解析：如图，由题意可知，

∠AD′B′=30°，∠AC′B′=60°，D′C′=50m所以∠D′AB′=60°，∠C′AB′=30°，D′C′=50m，设AB′=xm



$$\because \tan\angle D'AB'=\frac{D'B'}{x},\tan\angle C'AB'=\frac{C'B'}{x}$$

$$\therefore D'B'=x\cdot\tan 60°,C'B'=x\cdot\tan 30°$$

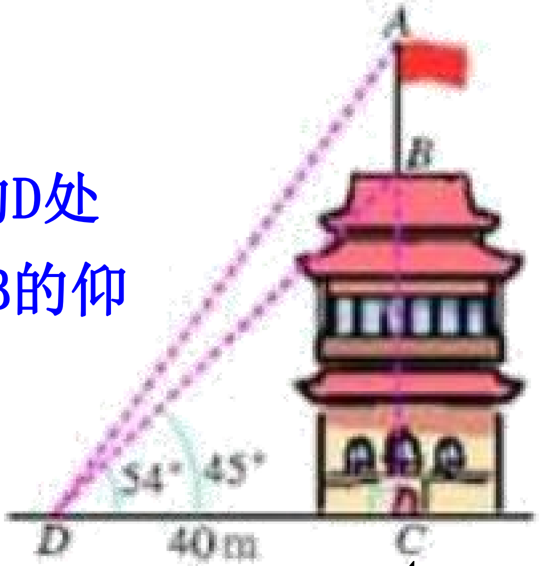
$$\therefore x\cdot\tan 60°-x\cdot\tan 30°=50$$

$$\therefore x=\frac{50}{\tan 60°-\tan 30°}=25\sqrt{3}\approx 43.3(m)$$

$$\therefore x=43.3+1.5=44.8\approx 45(m)$$

跟踪训练

1. 建筑物BC上有一旗杆AB，由距BC40m的D处观察旗杆顶部A的仰角是54°，观察底部B的仰角为45°，求旗杆的高度（精确到0.1m）



解析：在等腰三角形BCD中∠ACD=90°

BC=DC=40m

在Rt△ACD中

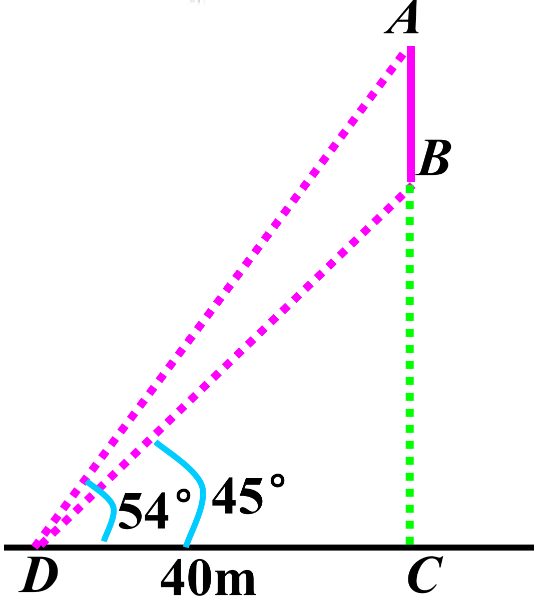
$\therefore \tan\angle ADC=\dfrac{AC}{DC}$

∴AC=tan∠ADC×DC

=tan54°×40≈1.38×40=55.2

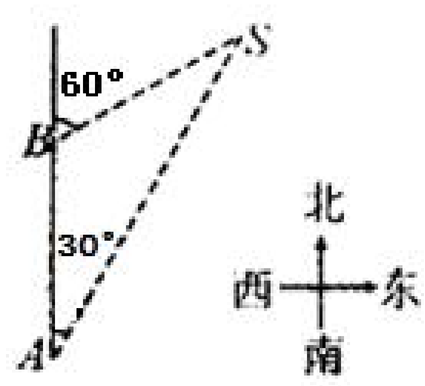
所以AB=AC－BC=55.2－40=15.2

答：棋杆的高度为15.2m.

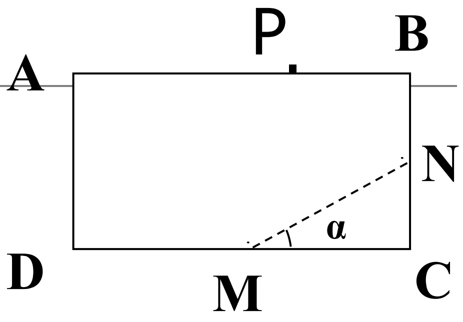


随堂练习

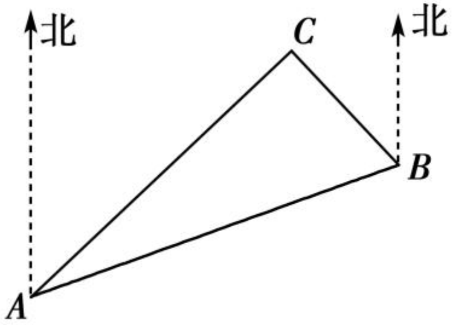
1. （2010·孝感中考）如图，一艘船向正北航行，在A处看到灯塔S在船的北偏东30°的方向上，航行12海里到达B点，在B处看到灯塔S在船的北偏东60°的方向上，此船继续沿正北方向航行过程中距灯塔S的最近距离是 $6\sqrt{3}$ 海里（不作近似计算）.



2．（2010·济宁中考）如图，是一张宽m的矩形台球桌ABCD，一球从点M（点M在长边CD上）出发沿虚线MN射向边BC，然后反弹到边AB上的P点．如果MC=n，∠CMN=α．那么P点与B点的距离为 $\dfrac{m-n\cdot\tan\alpha}{\tan\alpha}$



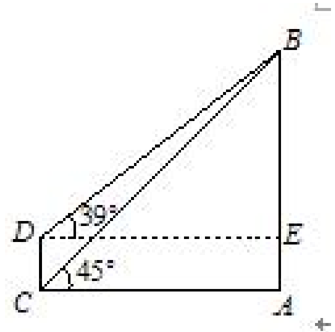
3．（2010•莱芜中考）如图，C岛在A岛的北偏东50°方向，C岛在B岛的北偏西40°方向，则从C岛看A，B两岛的视角∠ACB等于 90° ．



4.（2010·广州中考）目前世界上最高的电视塔是广州新电视塔．如图8所示，新电视塔高AB为610米，远处有一栋大楼，某人在楼底C处测得塔顶B的仰角为45°，在楼顶D处测得塔顶B的仰角为39°．

（1）求大楼与电视塔之间的距离AC；

（2）求大楼的高度CD（精确到1米）



解：（1）由题意，AC＝AB＝610（米）；

（2）DE＝AC＝610（米），在Rt△BDE中，$\tan\angle BDE=\frac{BE}{DE}$

故BE＝DEtan39°．

因为CD＝AE，

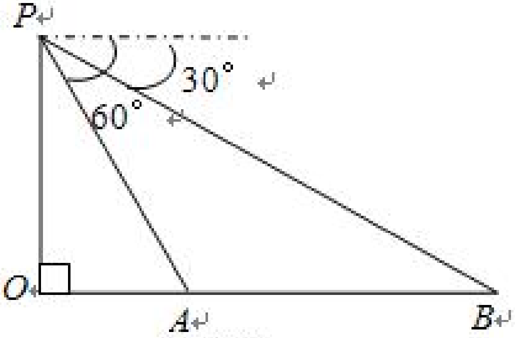
所以CD＝AB－DE·tan39°

＝610－610×tan39°≈116（米）

答：大楼的高度CD约为116米．

5.（2010·聊城中考） 建于明洪武七年（1374年），高度33米的光岳楼是目前我国现存的最高大、最古老的楼阁之一（如图①）．喜爱数学实践活动的小伟，在30米高的光岳楼顶楼P处，利用自制测角仪测得正南方向商店A点的俯角为60°，又测得其正前方的海源阁宾馆B点的俯角为30°（如图②）．求商店与海源阁宾馆之间的距离（结果保留根号）．

图①



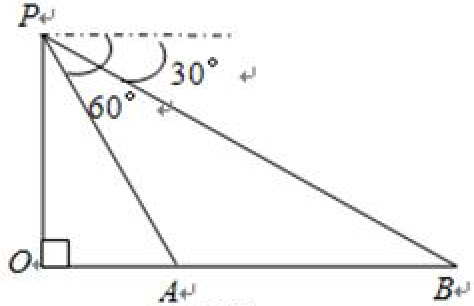
图②

解析： 在Rt△POA中，PO=30，

∠OPA=90°-60°=30°

∴OA=OPtan∠OPA

$$=30\times\frac{\sqrt{3}}{3}=10\sqrt{3}$$



图②

在Rt△POB中，∠OPB=90°-30°=60°

∴OB=OPtan∠OPB

$$=30\times\sqrt{3}=30\sqrt{3}$$

$$\therefore AB=OB-OA=20\sqrt{3}$$

6. 如图，海岛A四周20海里周围内为暗礁区，一艘货轮由东向西航行，在B处见岛A在北偏西60°，航行24海里到C，见岛A在北偏西30°，货轮继续向西航行，有无触礁的危险？

解析：过点A作AD⊥BC于D, 设AD=x

∵ ∠NBA= 60°， ∠N_1CA= 30°，

∴ ∠ABC=30°， ∠ACD= 60°，

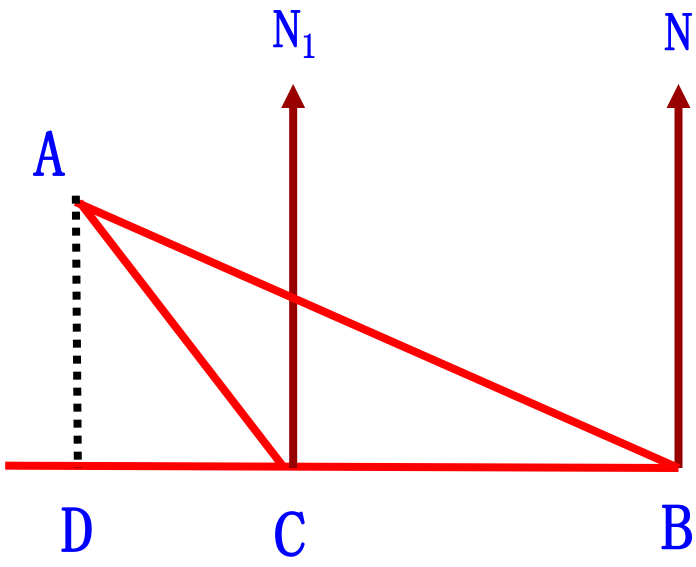
在Rt△ADC中，CD=AD•tan30= $\frac{\sqrt{3}}{3}x$

在Rt△ADB中，BD=AD•tan60°= $\sqrt{3}x$

∵ BD-CD=BC, BC=24

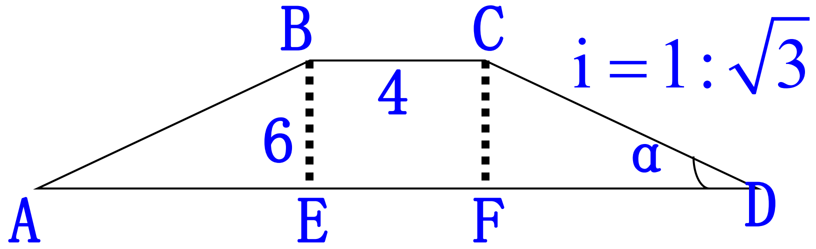
∴ $\sqrt{3}x-\frac{\sqrt{3}}{3}x=24$

∴ x= $12\sqrt{3}$ ≈12×1.732 =20.784 > 20



答：货轮无触礁危险。

7. 一段河坝的横断面为等腰梯形ABCD，试根据下图中的数据求出坡角α和坝底宽AD.（单位是米，结果保留根号）



解：过C作CF⊥AD于F

$\because AB = CD, BC // AD, i = 1:\sqrt{3},$

$\therefore CF = BE = 6, EF = BC = 4,$

$AE = FD = \sqrt{3}CF = 6\sqrt{3}.$

$\therefore AD = AE + EF + FD = 4 + 12\sqrt{3}.$

$\because \tan\alpha = \dfrac{CF}{FD} = \dfrac{1}{\sqrt{3}},$

$\therefore \alpha = 30^\circ.$

答：坡角α为30°，坝底宽AD为$\left(4+12\sqrt{3}\right)$米.

本课小结

用解直角三角形的知识解决实际问题的一般步骤：

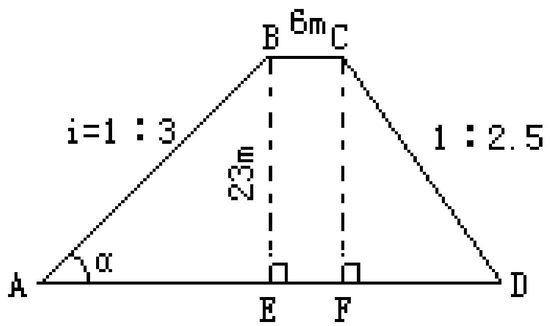
(1)审题，通过图形(题目没画出图形的，可自己画出示意图)，弄清已知和未知；

(2)找出有关的直角三角形，或通过作辅助线产生有关的直角三角形，把问题转化为解直角三角形的问题；

(3)根据直角三角形元素(边、角)之间关系解有关的直角三角形.

3. 同学们，如果你是修建三峡大坝的工程师，现在有这样一个问题请你解决：

如图



水库大坝的横断面是梯形，坝顶宽6m，坝高23m，斜坡AB的坡度i=1：3，斜坡CD的坡度i=1：2.5，求斜坡AB的坡面角α，坝底宽AD和斜坡AB的长(精确到0.1m).