

# 9.2三角形的内角和与外角和课件

## (冀教版七下)

## 学习目标：

- 1、会阐述三角形内角和定理。
- 2、会应用三角形内角和定理进行计算；（求三角形的角的度数）
- 3、能通过动手实践去验证三角形的内角和定理。

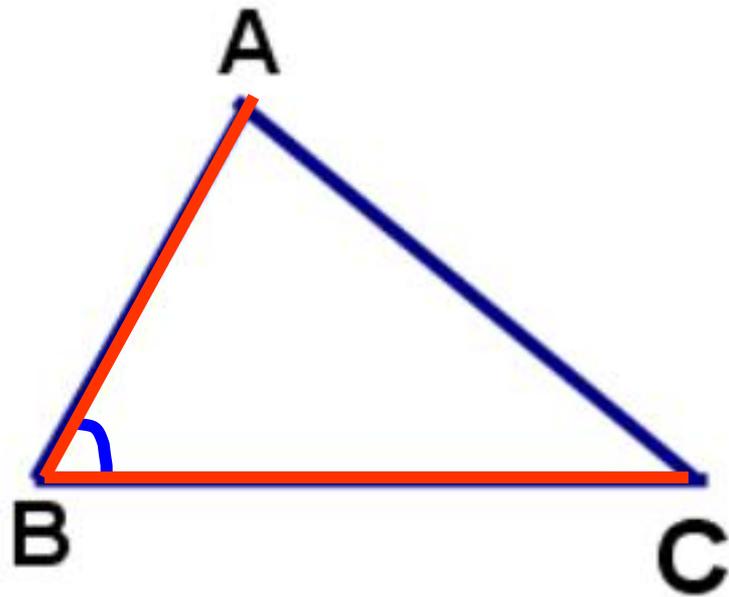
**重点：** 1、能用多种方法证明三角形内角和定理  
2、会在证明中添加合适的辅助线。

**难点：**

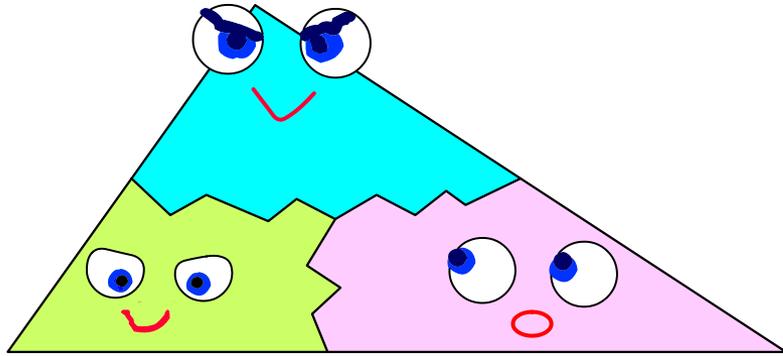
通过对三角形内角和定理内容的学习，会利用它解决生活中一些简单的有关角度计算的问题。

## 三角形的内角

三角形两边的夹角叫做三角形的内角



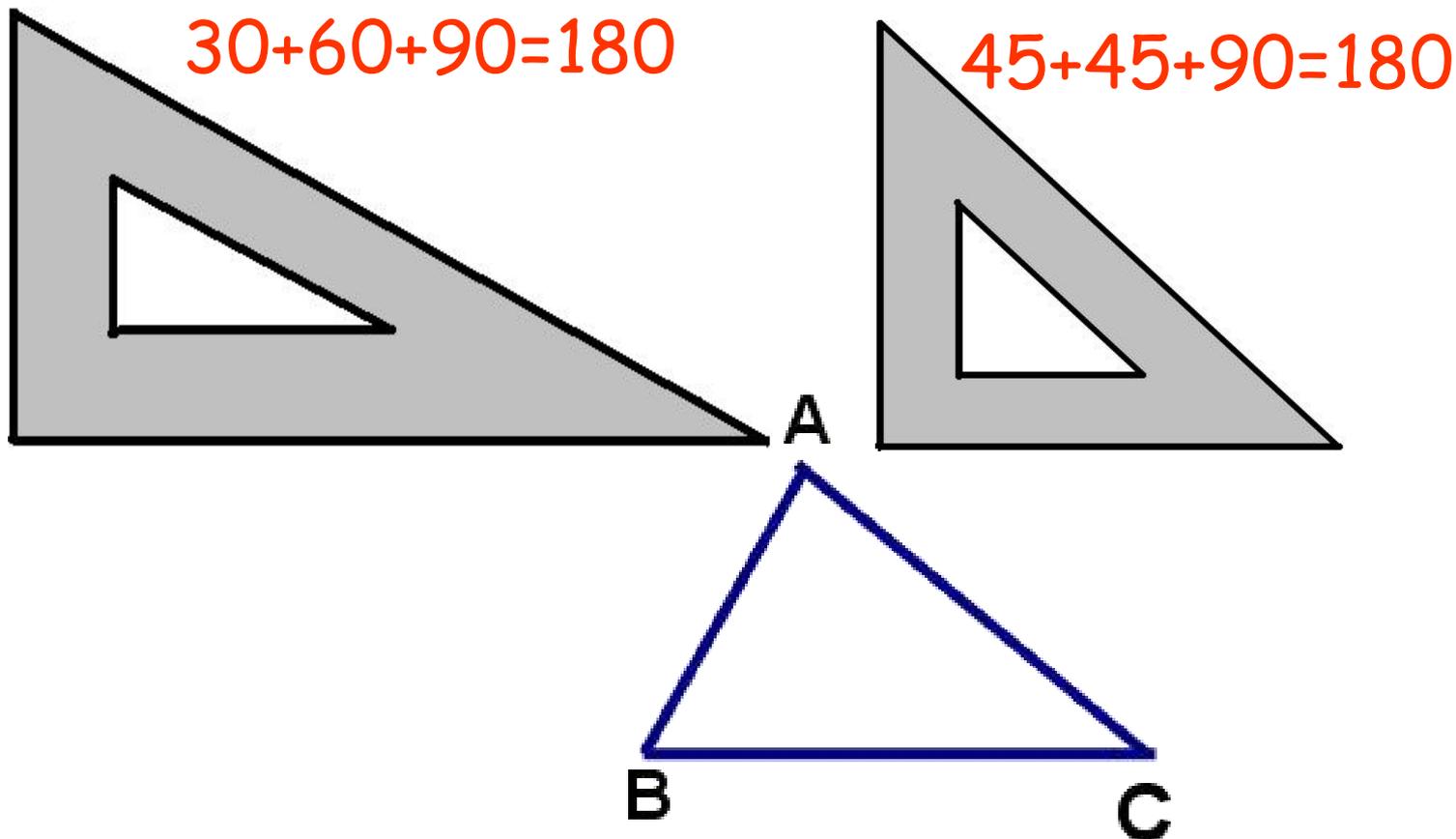
## 内角三兄弟之争



在一个直角三角形里住着三个内角，平时，它们三兄弟非常团结。可是有一天，老二突然不高兴，发起脾气来，它指着老大说：“你凭什么度数最大，我也要和你一样大！”“不行啊！”老大说：“这是不可能的，否则，我们这个家就再也围不起来了……”“为什么？”老二很纳闷。同学们，你们知道其中的道理吗？

## 思考与探索

如下图所示是我们常用的三角板，它们的三个角之和为多少度？



想一想：任意三角形的三个内角之和也为180度吗？

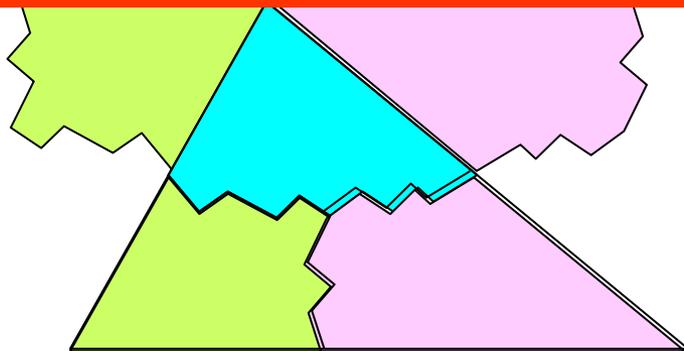
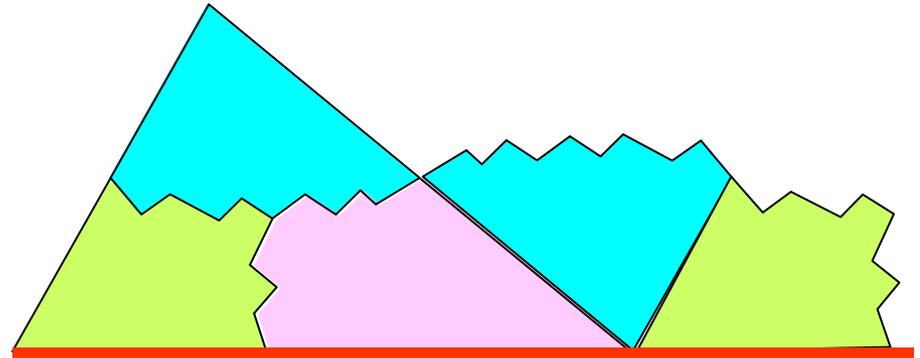
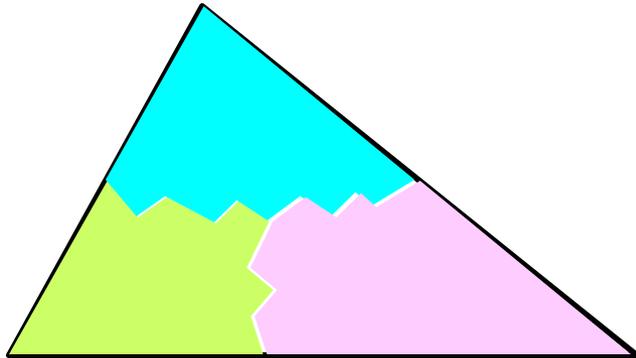
三角形的三个内角和是多少？

$180^\circ$

实践操作

你有什么办法可以验证呢？

把三个角拼在一起试试看？



从刚才拼角的过程你能  
想出证明的办法吗？

## 证法一

三角形的内角和等于 $180^\circ$ .

延长BC到D， 在 $\triangle ABC$ 的外部，以CA为一边，

CE为另一边作 $\angle 1 = \angle A$ ，

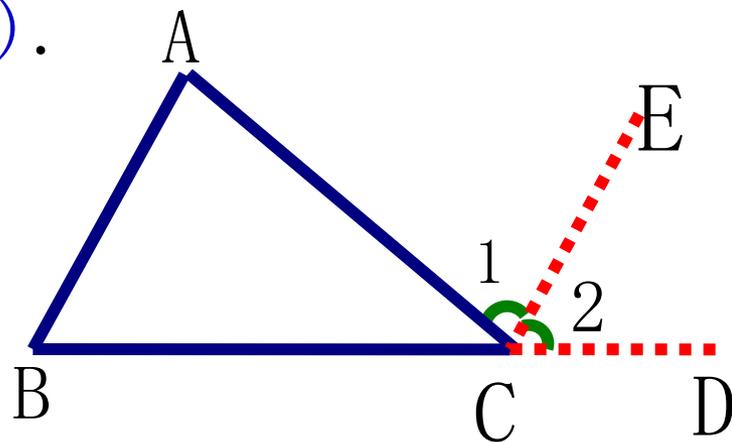
于是 $CE \parallel BA$  (内错角相等，两直线平行).

$$\therefore \angle B = \angle 2$$

(两直线平行，同位角相等).

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle ACB = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$$



## 证法二

三角形的内角和等于 $180^{\circ}$ .

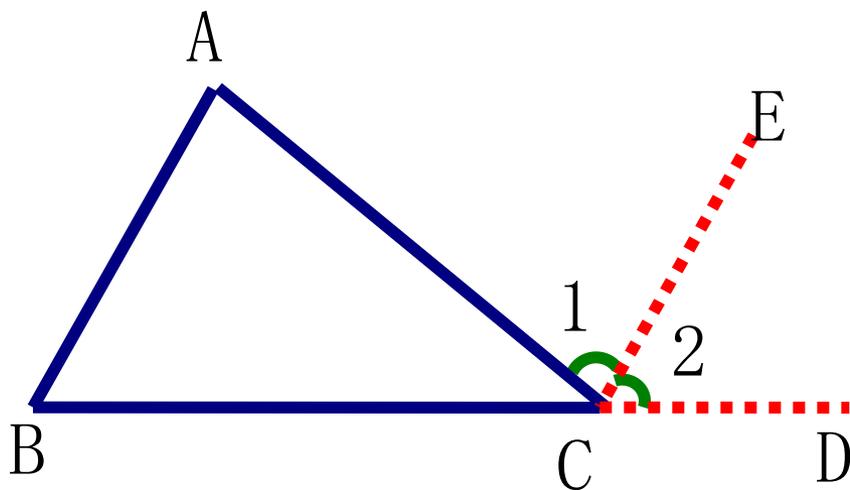
延长BC到D, 过C作CE // BA,

$\therefore \angle A = \angle 1$  (两直线平行, 内错角相等)

$\angle B = \angle 2$  (两直线平行, 同位角相等)

$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle ACB = 180^{\circ}$

$\therefore \angle A + \angle B + \angle ACB = 180^{\circ}$



### 证法三

三角形的内角和等于 $180^\circ$ .

过A作 $EF \parallel BC$ ,

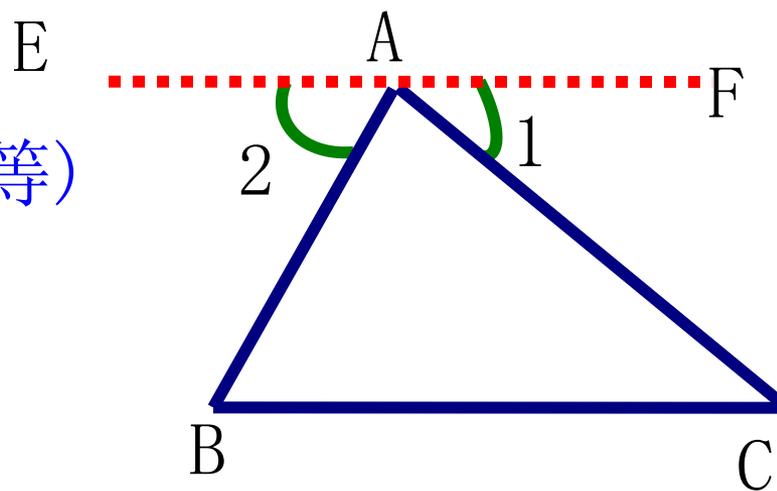
$\therefore \angle B = \angle 2$  (两直线平行, 内错角相等)

$\angle C = \angle 1$

(两直线平行, 内错角相等)

$\therefore \angle 2 + \angle 1 + \angle BAC = 180^\circ$

$\therefore \angle B + \angle C + \angle BAC = 180^\circ$



## 证法四

三角形的内角和等于 $180^\circ$ .

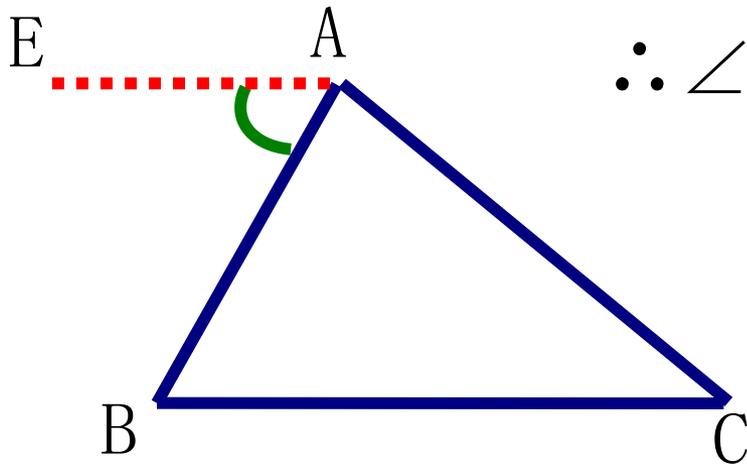
过A作 $AE \parallel BC$ ,

$\therefore \angle B = \angle BAE$  (两直线平行, 内错角相等)

$$\angle EAB + \angle BAC + \angle C = 180^\circ$$

(两直线平行, 同旁内角互补)

$$\therefore \angle B + \angle C + \angle BAC = 180^\circ$$



在这里，为了证明的需要，在原来的图形上添画的线叫做**辅助线**。在平面几何里，辅助线通常画成**虚线**。

## 思路总结

为了证明三个角的和为 **$180^\circ$** ，转化为一个平角或同旁内角互补，这种**转化思想**是数学中的常用方法。

## 巩固练习

(口答) 下列各组角是同一个三角形的内角吗? **为什么?**

(1)  $3^\circ$  ,  $150^\circ$  ,  $27^\circ$  ( **是** )

(2)  $60^\circ$  ,  $40^\circ$  ,  $90^\circ$  ( **不是** )

(3)  $30^\circ$  ,  $60^\circ$  ,  $50^\circ$  ( **不是** )

## 应用新知

(1) 在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle A=35^\circ$ ,  $\angle B=43^\circ$

则  $\angle C = \underline{102^\circ}$ .

(2) 在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle A:\angle B:\angle C=2:3:4$

则  $\angle A = \underline{40^\circ}$   $\angle B = \underline{60^\circ}$   $\angle C = \underline{80^\circ}$ .

(3) 一个三角形中最多有 1 个直角? 为什么?

(4) 一个三角形中最多有 1 个钝角? 为什么?

(5) 一个三角形中至少有 2 个锐角? 为什么?

(6) 任意一个三角形中,最大的一个角的度数至少为  $60^\circ$ .

## 例题讲解1

已知 $\triangle ABC$ 中,  $\angle ABC = \angle C = 2\angle A$  ,

BD是AC边上的高, 求 $\angle DBC$ 的度数。

解: 设 $\angle A = x^\circ$ , 则 $\angle ABC = \angle C = 2x^\circ$

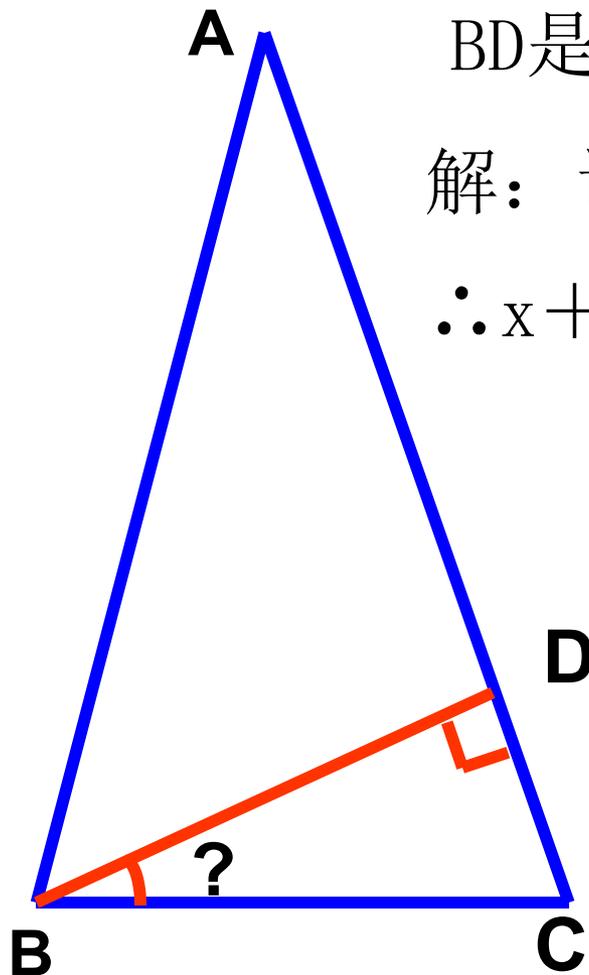
$$\therefore x + 2x + 2x = 180 \quad (\text{三角形内角和定理})$$

$$\text{解得 } x = 36$$

$$\therefore \angle C = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$$

在 $\triangle BDC$ 中,  $\because \angle BDC = 90^\circ$

(三角形高的定义)



$$\therefore \angle DBC = 180^\circ - 90^\circ - 72^\circ \quad (\text{三角形内角和定理})$$

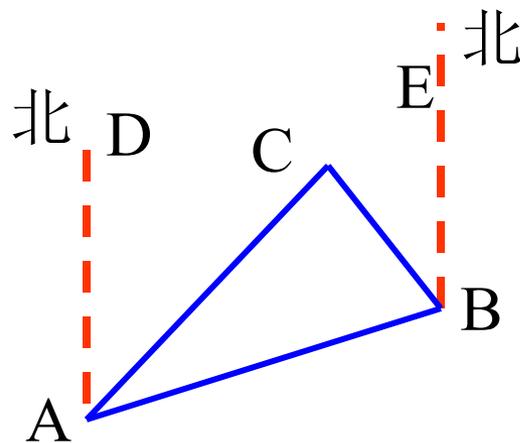
$$\therefore \angle DBC = 18^\circ$$

## 例题讲解2

如图, C岛在A岛的北偏东 $50^\circ$  方向, B岛在A岛的北偏东 $80^\circ$  方向, C岛在B岛的北偏西 $40^\circ$  方向。求下面各题。

$$(1) \angle DAC = \underline{50^\circ} \quad \angle DAB = \underline{80^\circ}$$
$$\angle EBC = \underline{40^\circ} \quad \angle CAB = \underline{30^\circ}$$

(2) 从C岛看A、B两岛的视角 $\angle C$ 是多少?



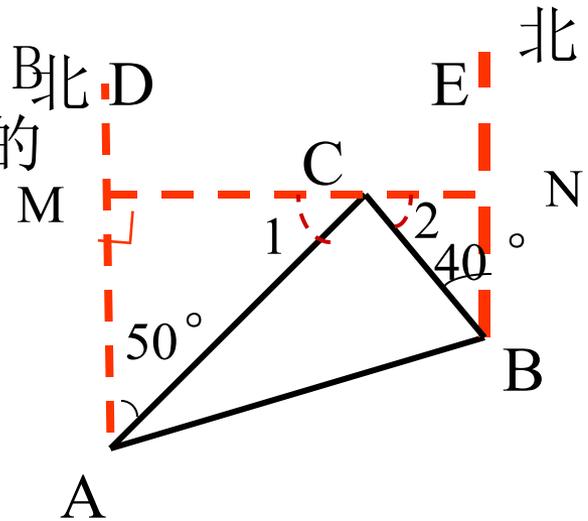
解:  $\because AD \parallel BE \quad \therefore \angle DAB + \angle ABE = 180^\circ$

$$\begin{aligned} \therefore \angle ABE &= 180^\circ - \angle DAB \\ &= 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle ABC &= \angle ABE - \angle CBE \\ &= 100^\circ - 40^\circ = 60^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{在} \triangle ABC \text{中, } \angle C &= 180^\circ - \angle CAB - \angle ABC \\ &= 180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ \end{aligned}$$

例:如图, C岛在A岛的北偏东 $50^\circ$  方向, B岛在A岛的北偏东 $80^\circ$  方向, C岛在B岛的北偏西 $40^\circ$  方向。



解: 过点C画 $MN \perp AD$ 分别交AD、  
BE于点M、N

在 $\triangle AMC$ 中  $\angle AMC=90^\circ$  ,  $\angle MAC=50^\circ$

$$\therefore \angle 1 = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

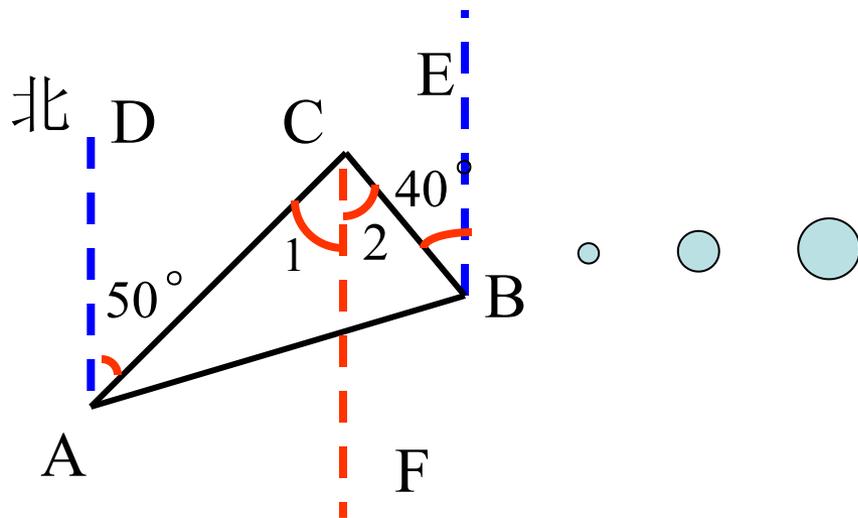
$\therefore AD \parallel BE$

$$\therefore \angle AMC + \angle BNC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BNC = 90^\circ \quad \text{同理得} \angle 2 = 50^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle ACB &= 180^\circ - \angle 1 - \angle 2 \\ &= 180^\circ - 40^\circ - 50^\circ = 90^\circ \end{aligned}$$

例题讲解2



你能想出一个更简捷的方法来求  $\angle C$  的度数吗?

解: 过点C画  $CF \parallel AD$   $\therefore \angle 1 = \angle DAC = 50^\circ$ ,

$\because CF \parallel AD$ , 又  $AD \parallel BE$

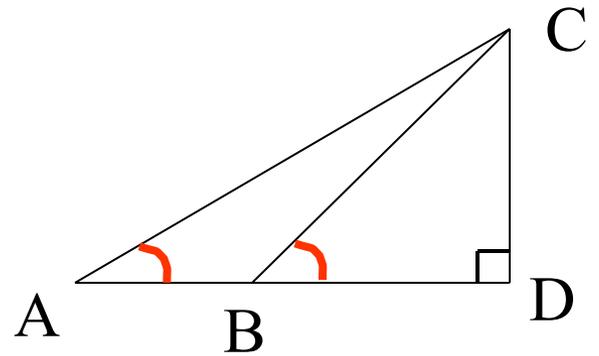
$\therefore CF \parallel BE$

$\therefore \angle 2 = \angle CBE = 40^\circ$

$\therefore \angle ACB = \angle 1 + \angle 2 = 50^\circ + 40^\circ = 90^\circ$

例题讲解2

1. 如图, 从A处观测C处时仰角  $\angle CAD = 30^\circ$ , 从B处观测C处时仰角  $\angle CBD = 45^\circ$ . 从C处观测A、B 两处时视角  $\angle ACB$  是多少?



解: 在  $\triangle ACD$  中  $\angle CAD = 30^\circ$   $\angle D = 90^\circ$

$$\therefore \angle ACD = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ = 60^\circ$$

在  $\triangle BCD$  中  $\angle CBD = 45^\circ$   $\angle D = 90^\circ$

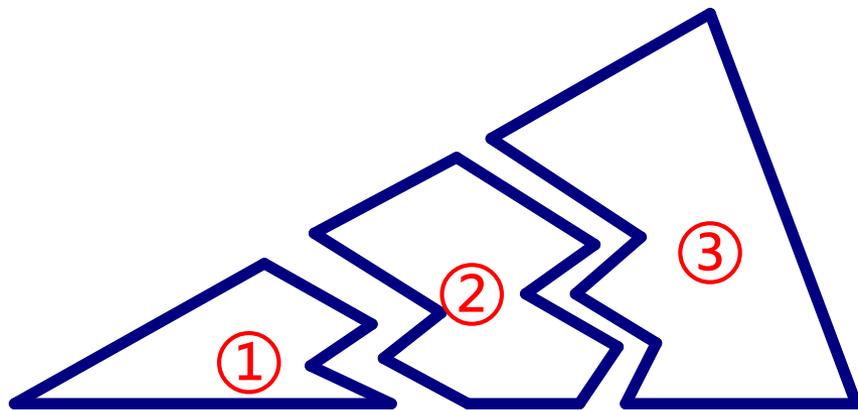
$$\therefore \angle BCD = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = \angle ACD - \angle BCD = 60^\circ - 45^\circ$$

巩固练习

## 巩固练习

2. 如图, 某同学把一块三角形的玻璃打碎成三片, 现在他要到玻璃店去配一块形状完全一样的玻璃, 那么最省事的办法是 ( C ) )



(A) 带①去

(B) 带②去

(C) 带③去

(D) 带①和②去

## 巩固练习

3.  $\triangle ABC$ 中, 若  $\angle A + \angle B = \angle C$ , 则  $\triangle ABC$  是 ( **B** )

A、锐角三角形    B、直角三角形

C、钝角三角形    D、等腰三角形

4. 一个三角形至少有 ( **B** )

A、一个锐角                      B、两个锐角

C、一个钝角                      D、一个直角

5. 如图 $\triangle ABC$ 中,  $CD$ 平分 $\angle ACB$ ,  $DE \parallel BC$ ,  
 $\angle A = 70^\circ$ ,  $\angle ADE = 50^\circ$ , 求 $\angle BDC$ 的度数.

解:  $\because DE \parallel BC \quad \therefore \angle B = \angle ADE = 50^\circ$

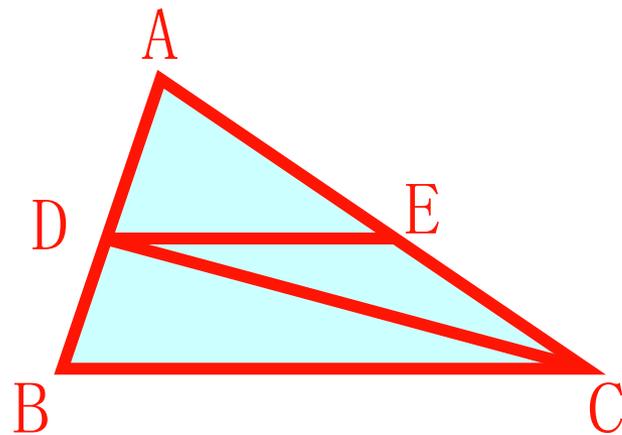
$$\because \angle A = 70^\circ$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle ACB &= 180^\circ - \angle A - \angle B \\ &= 180^\circ - 70^\circ - 50^\circ \\ &= 60^\circ\end{aligned}$$

$\because CD$ 平分 $\angle ACB$

$$\therefore \angle DCB = \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle BDC &= 180^\circ - \angle B - \angle DCB \\ &= 180^\circ - 50^\circ - 30^\circ \\ &= 100^\circ\end{aligned}$$



巩固练习

## 拓展与思考1

甲楼高16米,乙楼座落在甲楼的正北面,已知当地冬至中午12点,太阳光线与水平面夹角为 $45^\circ$ ,如果甲楼的影子刚好不落在乙楼上,那么两楼的距离应是多少?

解:由题意知

$$\angle ABC = 90^\circ, \angle ACB = 45^\circ$$

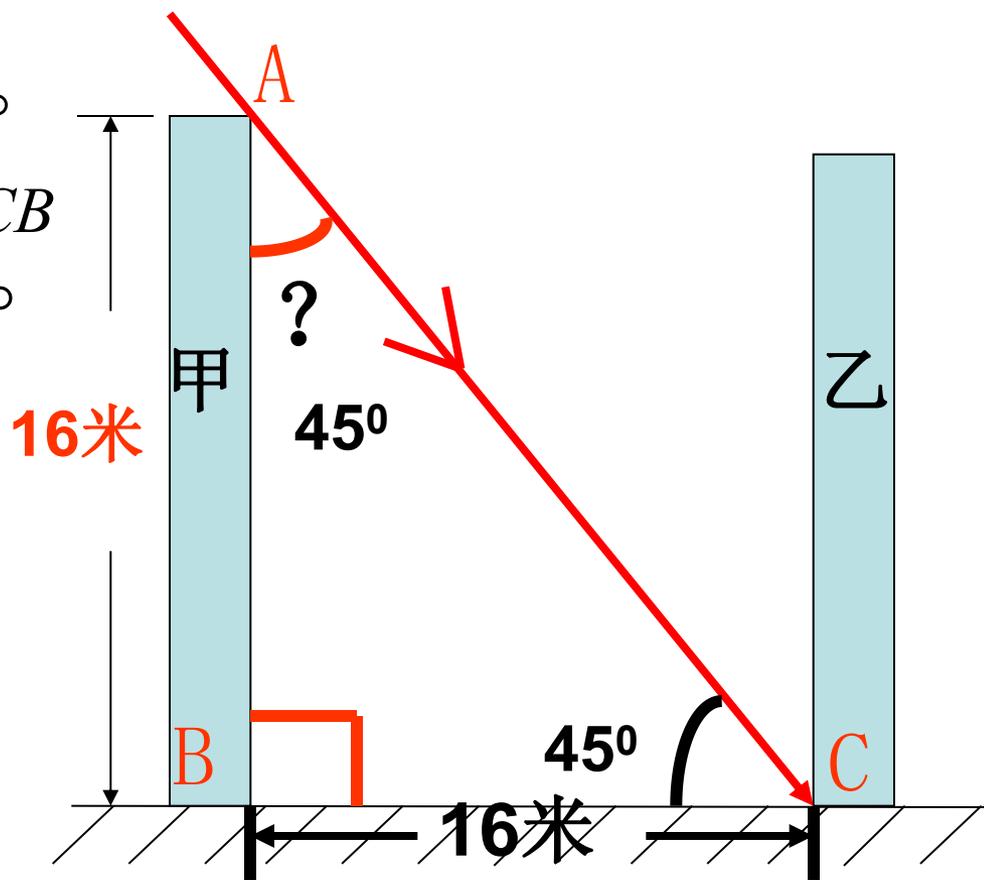
$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB$$

$$= 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ$$

$$= 45^\circ$$

$$\therefore BC = AB = 16$$

答:两楼的距离是16米.



## 拓展与思考2

2、在 $\triangle ABC$ 中，如果 $\angle A = \frac{1}{2} \angle B = \frac{1}{3} \angle C$ ，那么 $\triangle ABC$ 是什么三角形？

解：设 $\angle A = x^\circ$ ，那么 $\angle B = 2x^\circ$ ， $\angle C = 3x^\circ$

根据题意得：

$$x + 2x + 3x = 180$$

解得  $x = 30^\circ$

$$\therefore \angle A = 30^\circ, \angle B = 60^\circ, \angle C = 90^\circ$$

所以 $\triangle ABC$ 是直角三角形

## 小结

1、三角形的内角和：三角形三个内角之和为 $180^\circ$

2、由三角形内角和等于 $180^\circ$ ，可得出

(1)、直角三角形两锐角互余；

(2)、一个三角形最多有一个直角或钝角；

(3)、任意一个三角形中，最多有三个锐角，最少有两个锐角；

(4)、一个三角形中至少有一个角小于或等于 $60^\circ$

3、三角形按角分类：

三角形  $\left\{ \begin{array}{l} \text{直角三角形} \\ \text{斜三角形} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{锐角三角形} \\ \text{钝角三角形} \end{array} \right.$

祝同学们学习进步

再见