

# 第二十二章 四边形

## 22.1 平行四边形的性质

### 第2课时 平行四边形的性质定理2

导入新课

讲授新课

当堂练习

课堂小结

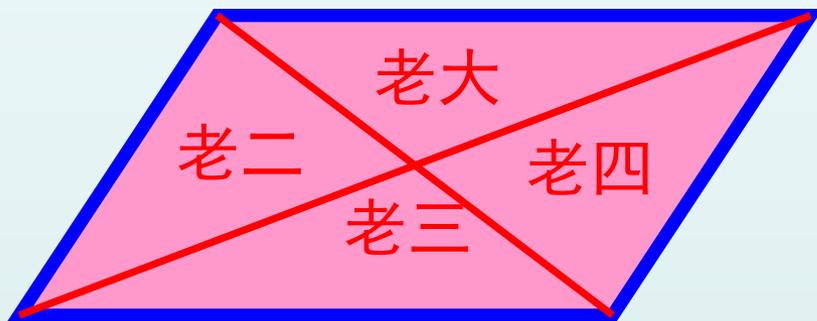


## 学习目标

- 1.探索并掌握平行四边形对角线性质；(重点)
- 2.灵活运用平行四边形的性质进行推理和计算.(重点)

## 情景引入

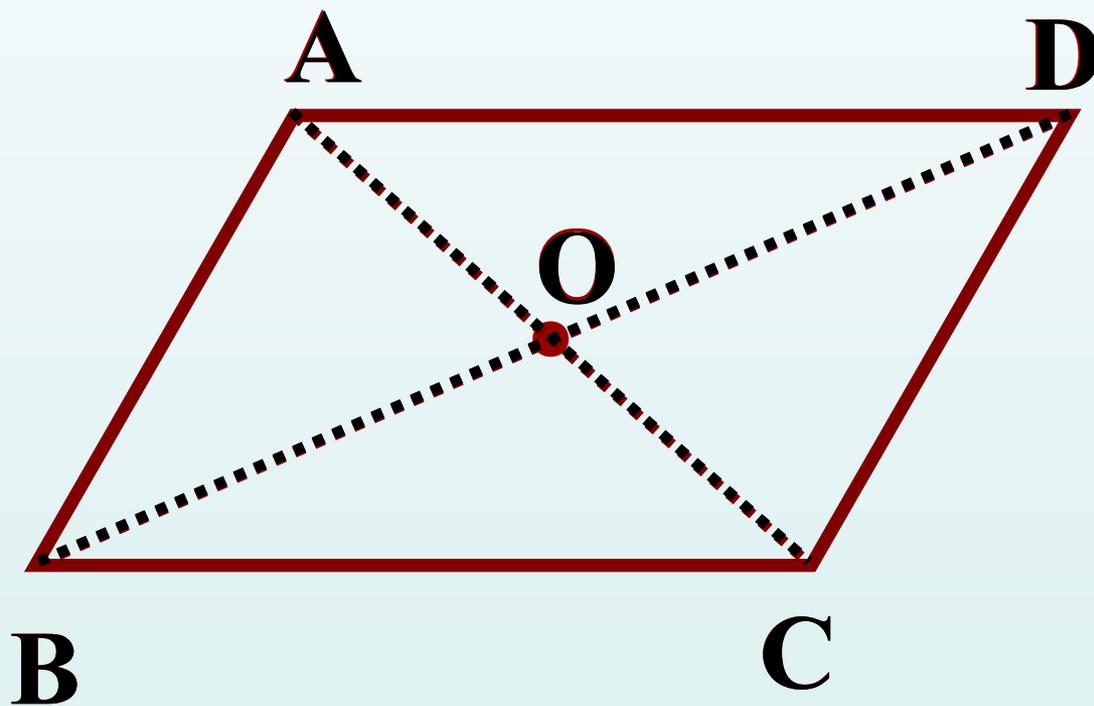
一位饱经苍桑的老人，经过一辈子的辛勤劳动，到晚年的时候，终于拥有了一块平行四边形的土地，由于年迈体弱，他决定把这块土地平均分给他的四个孩子，他是这样分的：



当四个孩子看到时，争论不休，都认为自己的地少，同学们，你认为老人这样分合理吗？为什么？

# 平行四边形对角线的性质

## 合作探究



$AO=CO, BO=DO?$

## 结论

平行四边形的对角线 互相平分 .

(平行四边形的性质定理2)

你能证明它吗?

## 典例精析

例1. 已知：如图， $ABCD$ 的对角线 $AC$ 和 $BD$ 相交于点 $O$ 。

求证： $OA=OC$ ， $OB=OD$ 。

证明：

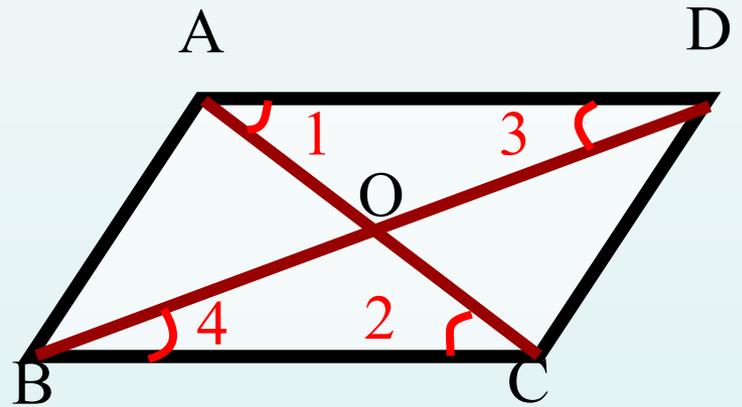
$\because$  四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD=BC$ ， $AD \parallel BC$ 。

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ 。

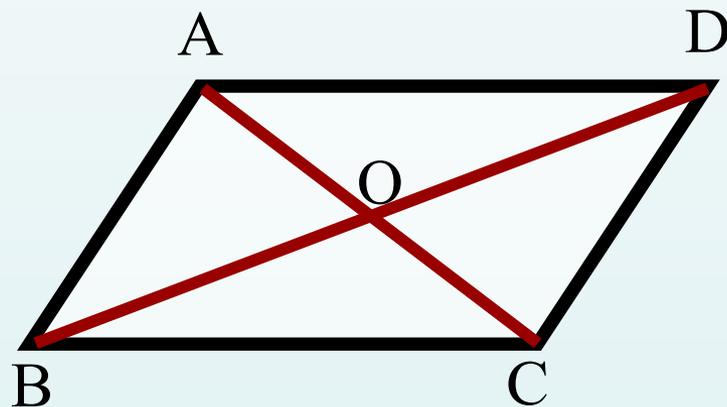
$\therefore \triangle AOD \cong \triangle COB$  (ASA) 。

$\therefore OA=OC$ ， $OB=OD$ 。



## 观察与思考

如图， $ABCD$ 的对角线 $AC$ 和 $BD$ 相交于点 $O$ .图中有哪些三角形全等？哪些三角形的面积相等？



小结：

1. 平行四边形被对角线分成四对全等的三角形
2. 平行四边形被对角线分成4个的面积相等的小三角形

例2.如图，平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 $AC$ 、 $BD$ 相交于点 $O$ ， $AB \perp AC$ ， $AB=3$ ， $AD=5$ ，求 $BD$ 的长.

解：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$$\therefore BC=AD=5$$

$$\therefore AB \perp AC$$

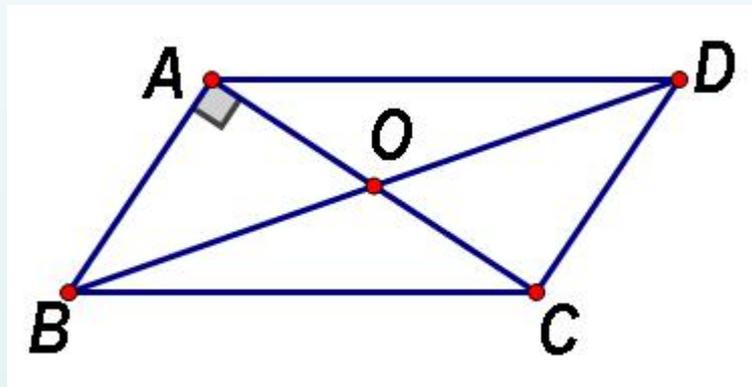
∴  $\triangle ABC$ 是直角三角形

$$\therefore AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$$AO = \frac{1}{2} AC = 2$$

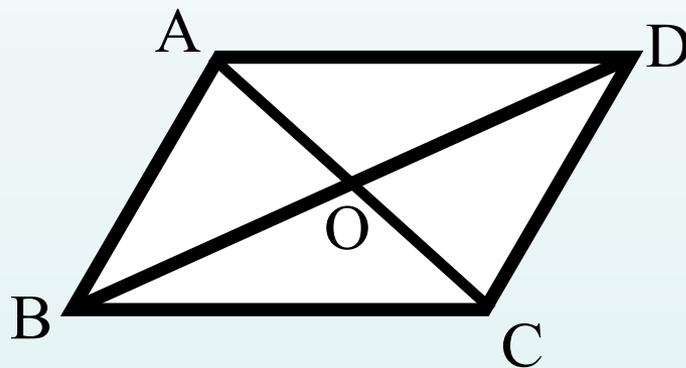
$$\therefore BO = \sqrt{AB^2 + AO^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

$$\therefore BD = 2BO = 2\sqrt{13}$$



## 做一做

如图,在  $ABCD$  中, 对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ , 且  $AC+BD=20$ ,  $\triangle AOB$  的周长等于 15, 则  $CD=$  5.



例3.  $\square ABCD$ 的对角线AC与BD相交于O,直线EF过点O与AB、CD分别相交于E、F,试探究OE与OF的大小关系并说明理由.

解:  $OE=OF$ .

理由如下:

$\because$  四边形ABCD是平行四边形

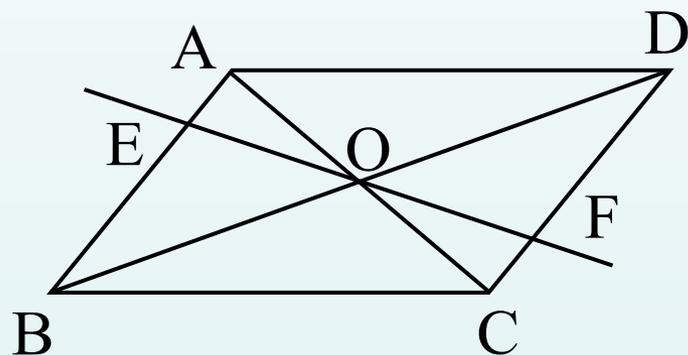
$\therefore AB \parallel CD, OA=OC$

$\therefore \angle OAE = \angle OCF$

又  $\angle AOE = \angle COF$

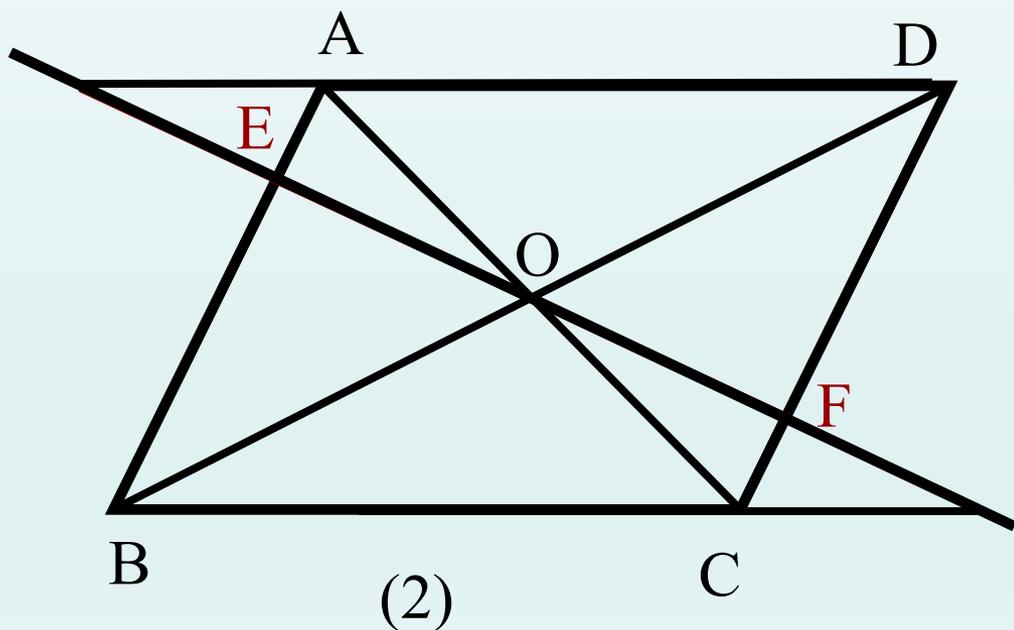
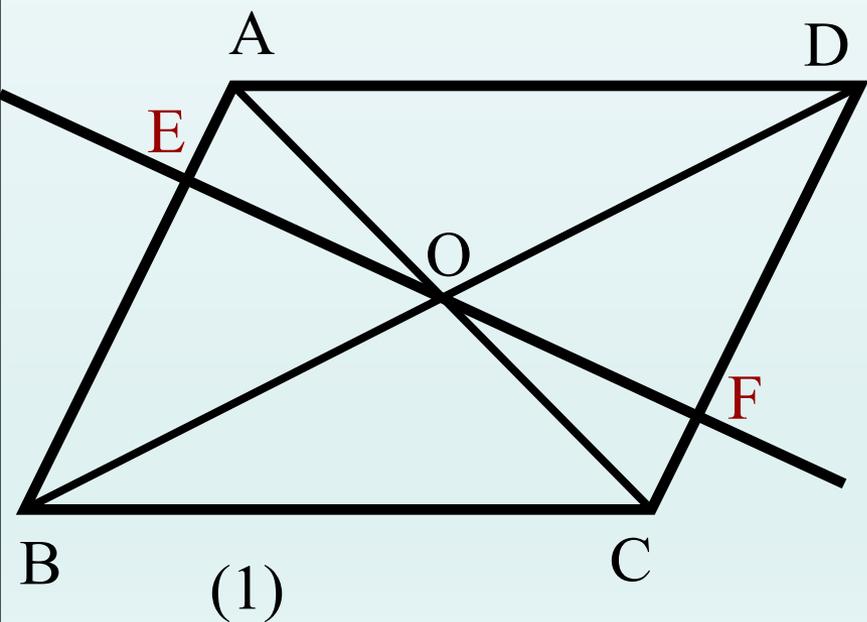
$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF (ASA)$

$\therefore OE=OF$

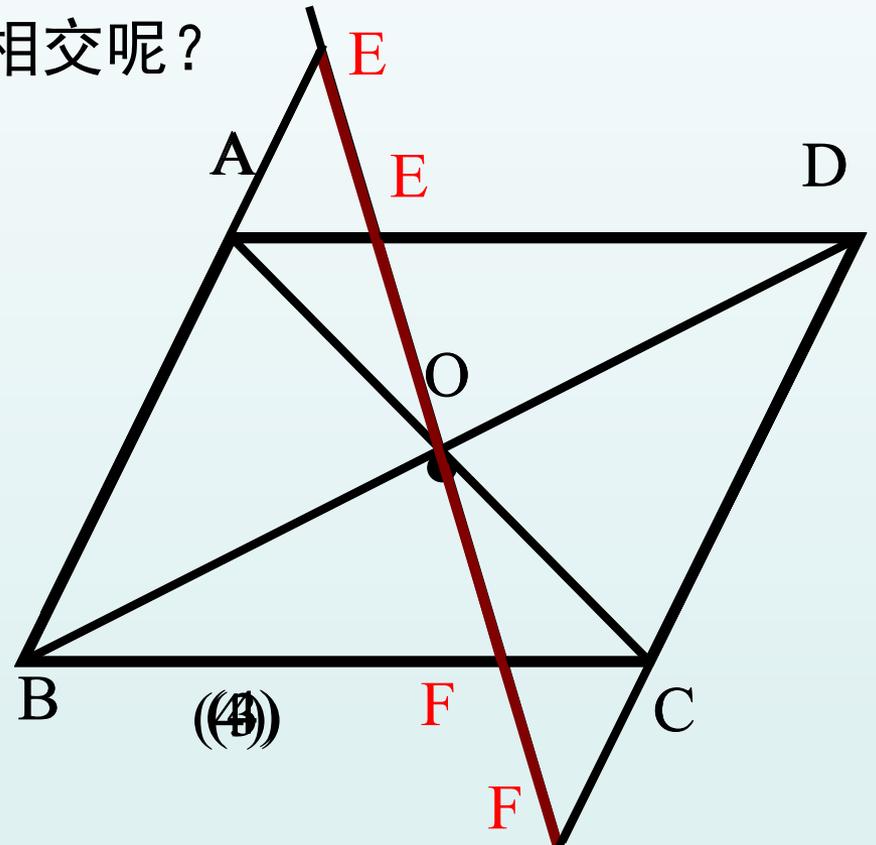
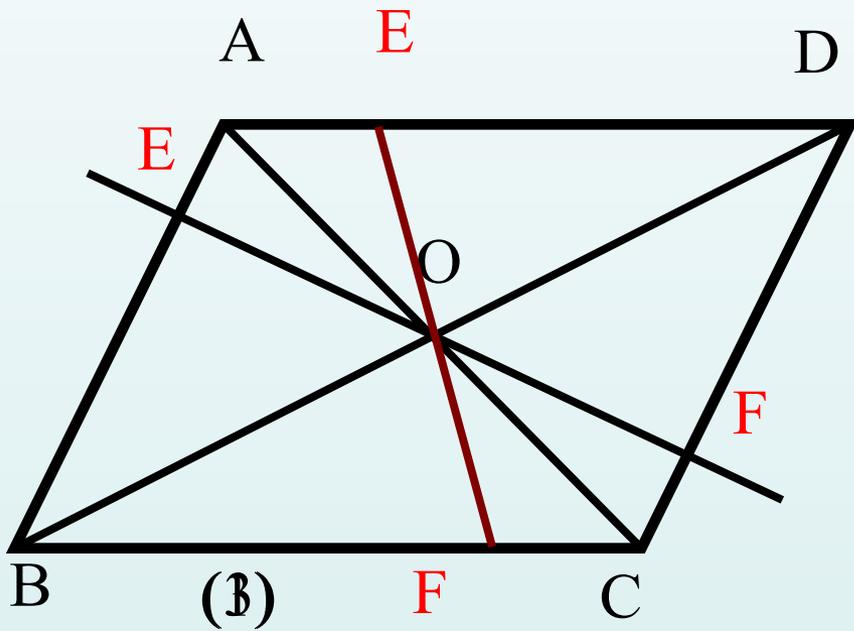


# 变一变

在上述问题中,若直线EF与边DA、BC的延长线交于点E、F (如图2),上述结论 ( $OE=OF$ ) 是否仍然成立? 试说明理由.



在上述问题中,若将直线EF绕点O旋转至下图(3)的位置时,上述结论是否仍然成立?若此时再与两边延长线相交呢?



**小结:** 过平行四边形的对角线交点作直线与平行四边形的一组对边或对边的延长线相交, 得到线段总相等.

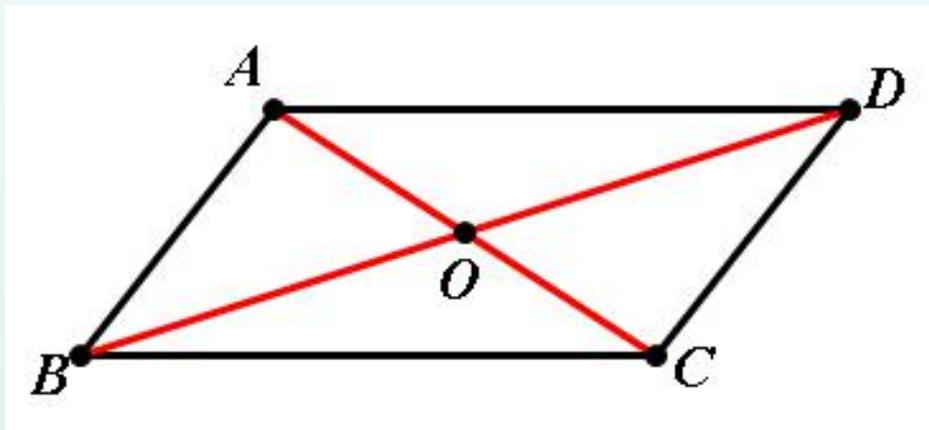
再变一变

## 课堂小结

1.如图，在平行四边形ABCD中，AC、BD相交于点O.

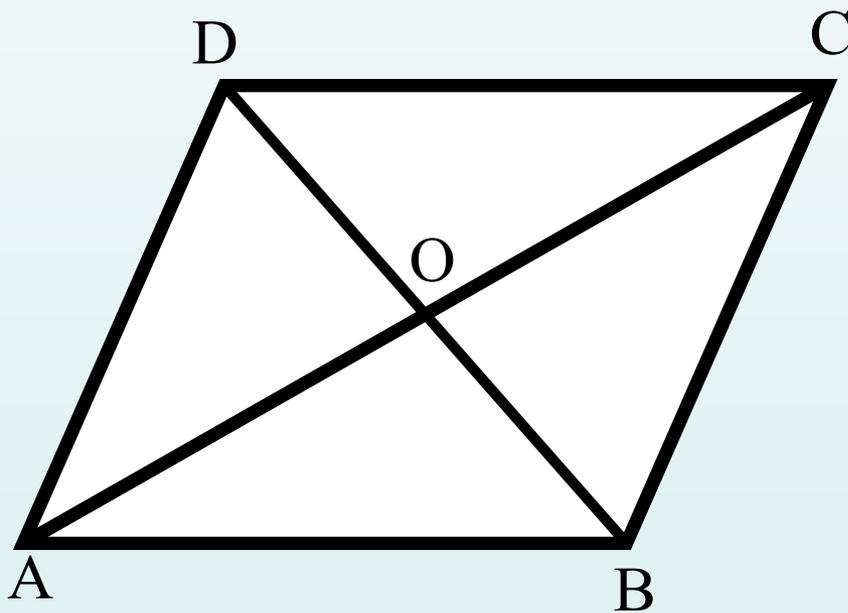
已知 $BC=10$ ， $AC=8$ ， $BD=14$ ，则 $\triangle AOD$ 的周长

是 21， $\triangle DBC$  比  $\triangle ABC$  的周长大 6.



$\triangle DBC$  与  $\triangle ABC$  的周长差实为BD与AC之差.

2.如图，在 ABCD中，对角线AC,BD交于点O，AC=10，BD=8，则AD的取值范围是  $1 < AD < 9$  .



3.如图，四边形ABCD是平行四边形， $AB=10$ ， $AD=8$ ， $AC \perp BC$ ，求BC，CD，AC，OA的长以及 $\square ABCD$ 的面积.

解： $\because$  四边形ABCD是平行四边形，

$$\therefore BC=AD=8, CD=AB=10,$$

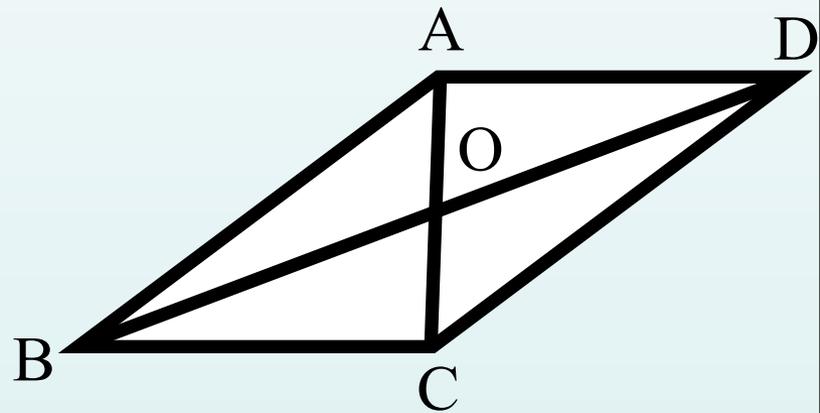
又 $\because AC \perp BC$ ,

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 6$$

又 $\because OA=OC \therefore OA=3$

$$\therefore S_{\square ABCD} = BC \times AC = 8 \times 6 = 48.$$



平行四边形的  
性质定理2

平行四边形的对  
角线互相平分

见《学练优》本课时练习