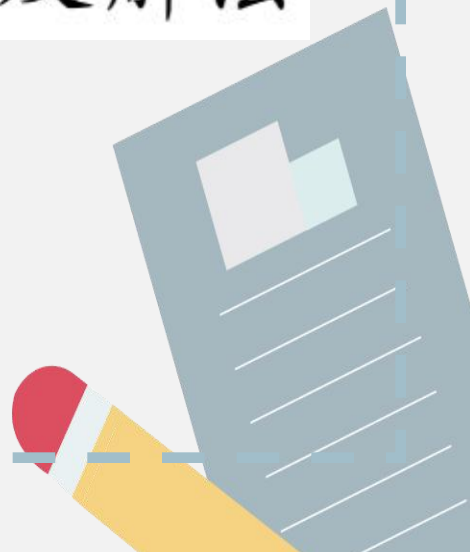




15.3 分式方程

第 1 课时 分式方程的概念及解法



【要点导航】

- ① _____ 中含有未知数的方程叫做分式方程.
- ② 解分式方程的基本思路是将分式方程化为 _____, 具体做法是 _____, 即方程两边乘 _____.
- ③ 将整式方程的解代入最简公分母, 如果最简公分母的值不为 _____, 则整式方程的解是原分式方程的解; 否则, 这个解不是原分式方程的解.

【经典导学】

【例 1】 解方程：

$$\frac{2}{x-3} = \frac{1}{x-1}.$$

破解思路：方程两边同乘以最简公分母 $(x-3)(x-1)$ 转化为一元一次方程.

【学生解答】

【易错易混】忘记检验分式方程的根而致错.

【例 2】
$$\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{6}{x^2-1}.$$

【学生解答】

知识点 1 分式方程的概念

1. 下列方程是分式方程的是

()

A. $\frac{x-1}{5} + \frac{3}{4} = 1$

B. $\frac{3}{\pi} + 2x = 3$

C. $\frac{1}{x-1} = 2$

D. $\frac{x+2}{x} - \frac{x+3}{3}$

2. 下列方程: ① $\frac{x-1}{2} = \frac{1}{6}$; ② $x - \frac{2}{x} = 3$; ③ $\frac{x(x-1)}{x} = 1$; ④ $\frac{4-x}{\pi} = \frac{x}{3}$;

⑤ $3x + \frac{x-2}{5} = 10$; ⑥ $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 7$. 其中整式方程有 _____, 分式方程有 _____. (均填序号)

知识点 2 分式方程的解法

3. (襄阳市中考) 分式方程 $\frac{1}{x} = \frac{2}{x+1}$ 的解为

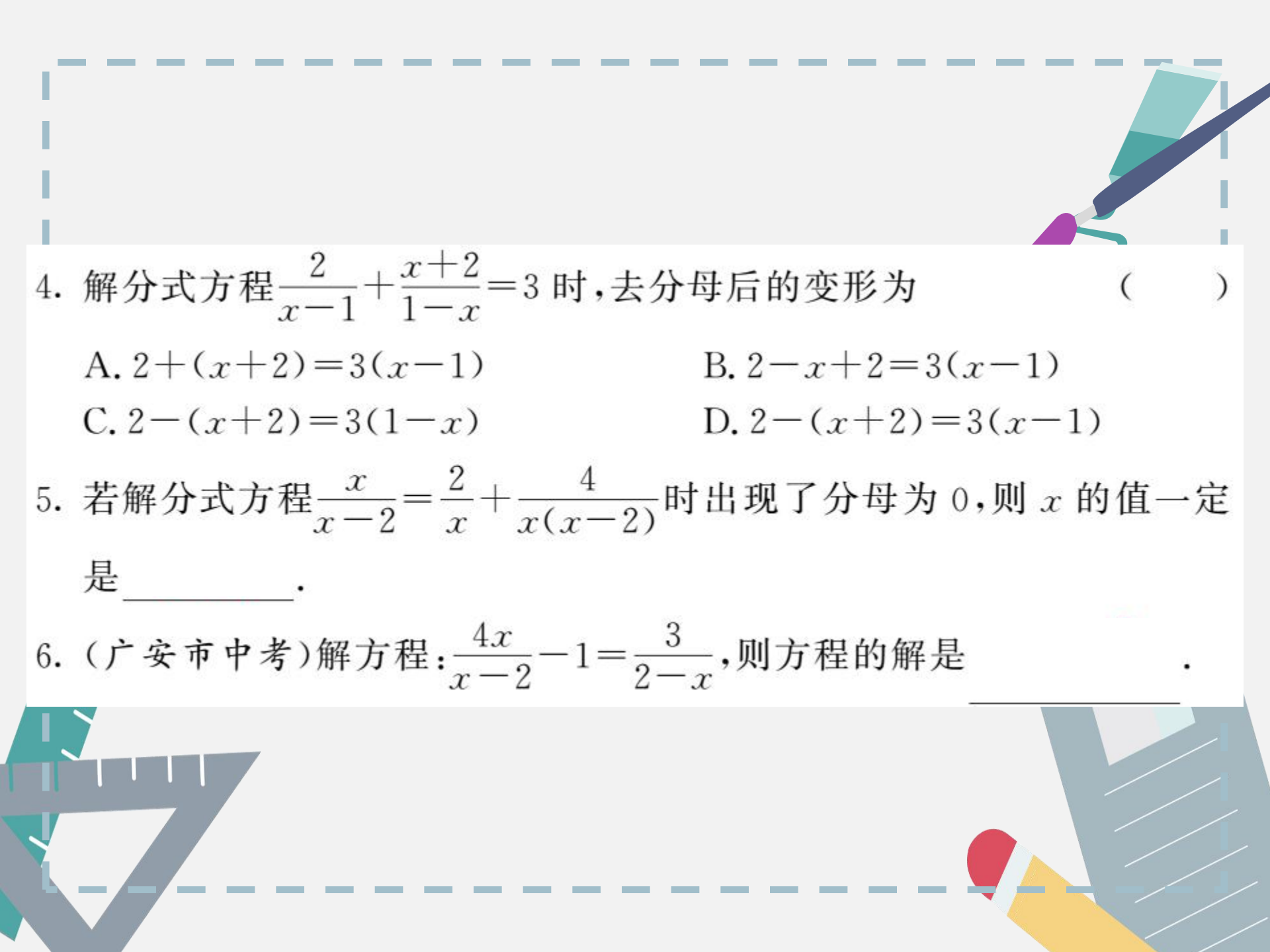
()

A. $x=3$

B. $x=2$

C. $x=1$

D. $x=-1$



4. 解分式方程 $\frac{2}{x-1} + \frac{x+2}{1-x} = 3$ 时, 去分母后的变形为 ()

A. $2 + (x+2) = 3(x-1)$

B. $2 - x + 2 = 3(x-1)$

C. $2 - (x+2) = 3(1-x)$

D. $2 - (x+2) = 3(x-1)$

5. 若解分式方程 $\frac{x}{x-2} = \frac{2}{x} + \frac{4}{x(x-2)}$ 时出现了分母为 0, 则 x 的值一定是_____.

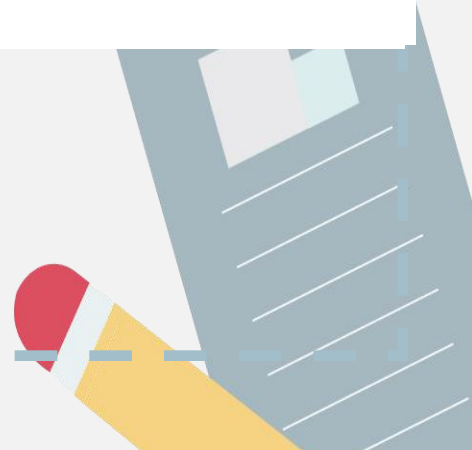
6. (广安市中考)解方程: $\frac{4x}{x-2} - 1 = \frac{3}{2-x}$, 则方程的解是_____.

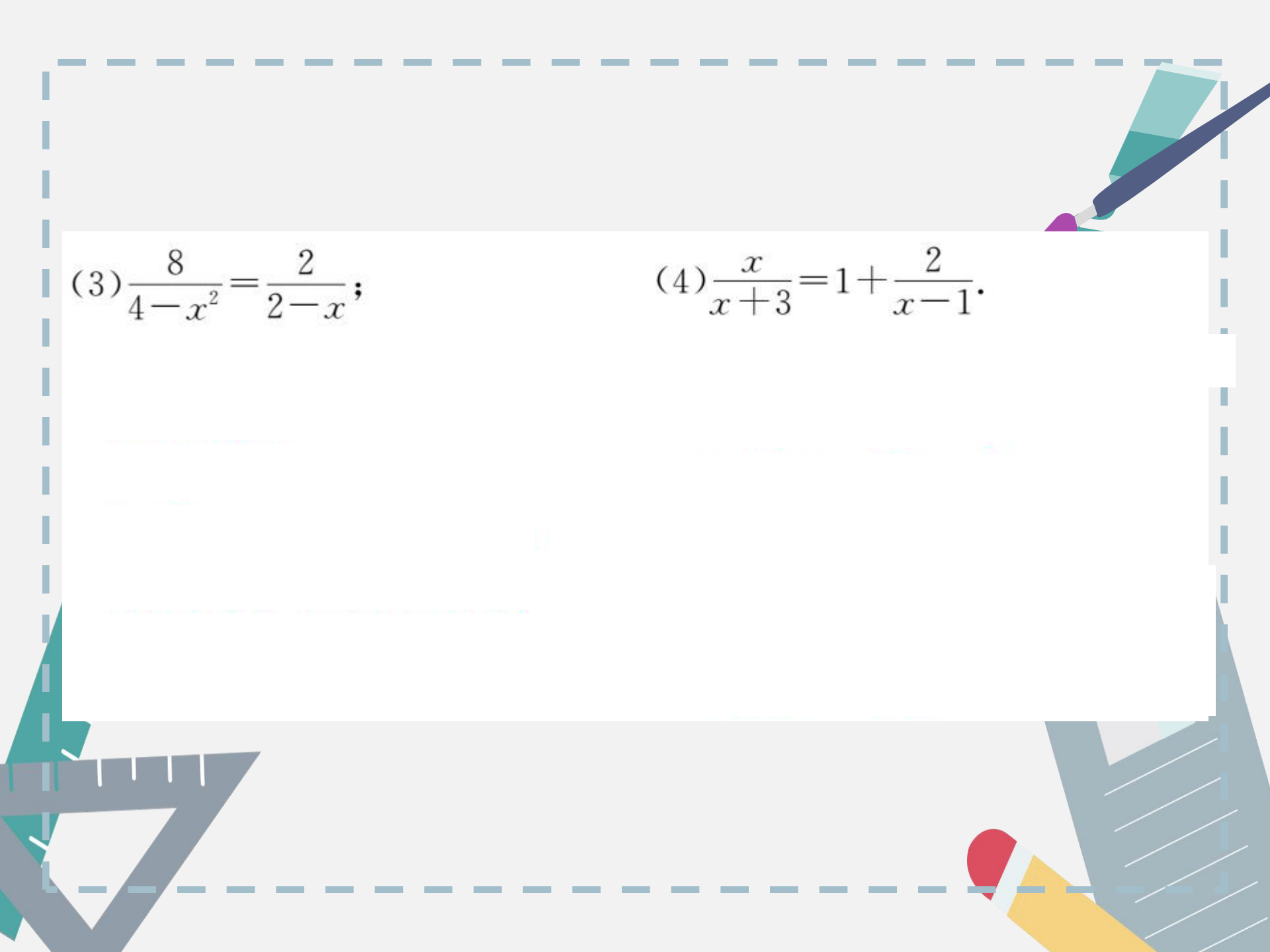


7. (教材 P₁₅₄ 习题 T₁ 变式)解下列方程.

$$(1) \frac{3}{2x} = \frac{1}{x+3};$$

$$(2) \frac{x}{x-7} - \frac{1}{7-x} = 2;$$




$$(3) \frac{8}{4-x^2} = \frac{2}{2-x};$$

$$(4) \frac{x}{x+3} = 1 + \frac{2}{x-1}.$$

8. 分式方程 $\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{3}{(x-1)(x+2)}$ 的解为 ()

A. $x=1$ B. $x=2$ C. $x=-1$ D. 无解

9. 若关于 x 的分式方程 $\frac{m-1}{x-1} = 2$ 的解为非负数, 则 m 的取值范围是 ()

A. $m > -1$

B. $m \geq 1$

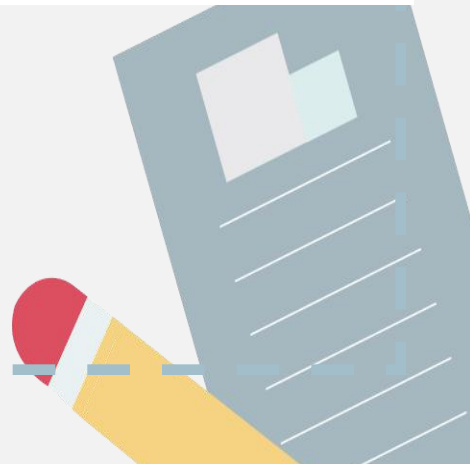
C. $m > -1$ 且 $m \neq 1$

D. $m \geq -1$ 且 $m \neq 1$;



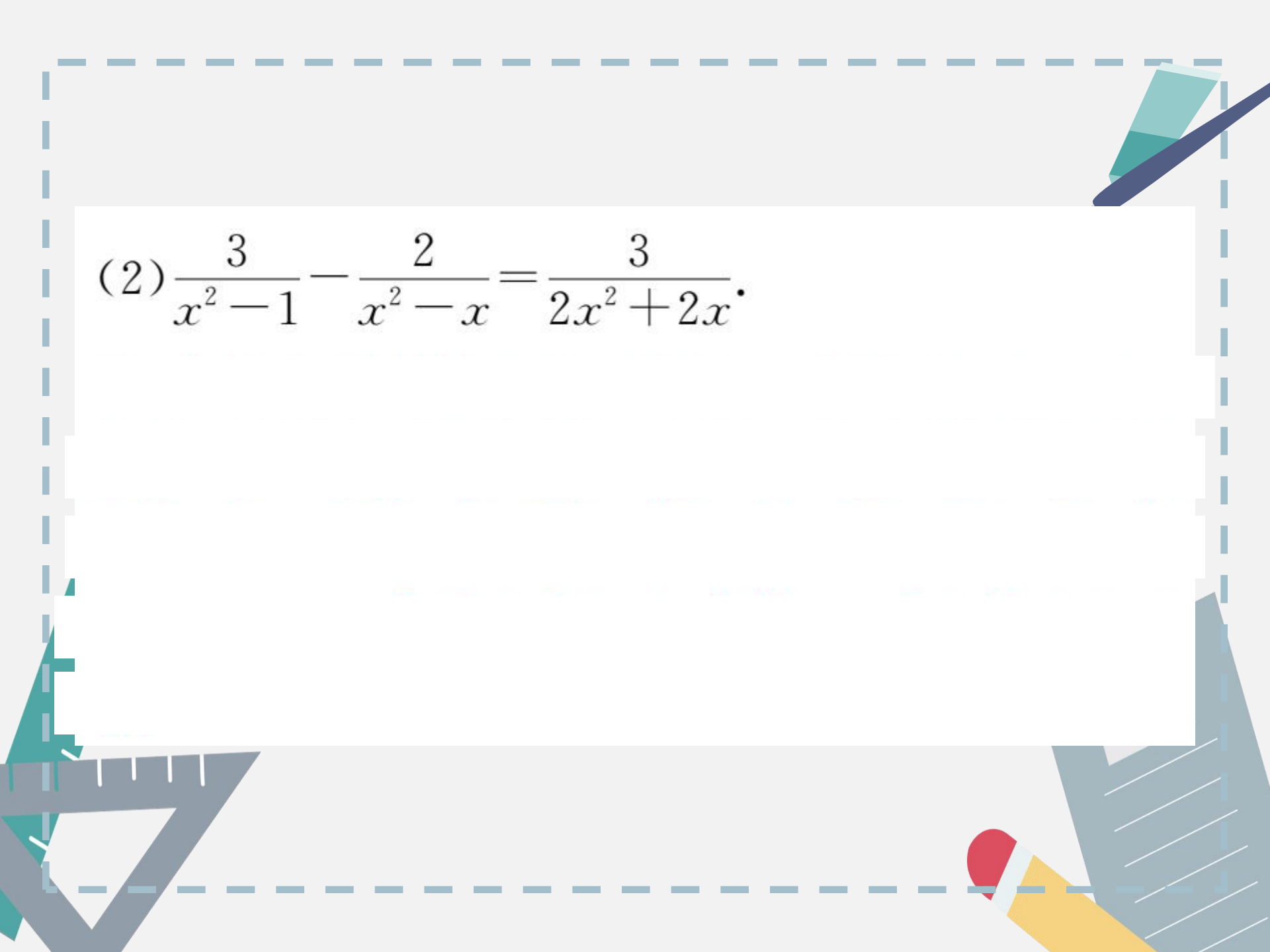
10. 当 $x =$ _____ 时, $\frac{x}{x-5} - 2$ 与 $\frac{x+1}{x}$ 互为相反数.

11. 当 $m =$ _____ 时, 解分式方程 $\frac{x-5}{x-3} = \frac{m}{3-x}$ 会出现增根.

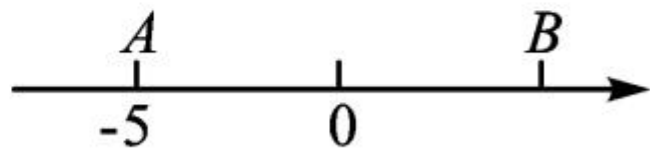


12. 解下列方程：

$$(1) \frac{2x}{2x-5} - \frac{2}{2x+5} = 1;$$


$$(2) \frac{3}{x^2-1} - \frac{2}{x^2-x} = \frac{3}{2x^2+2x}.$$

13. 如图,点 A, B 在数轴上,它们所对应的数分别是 $-5, \frac{3x+2}{3x-5}$, 且点 A, B 到原点的距离相等,求 x 的值.



第 13 题图

14. 当 x 为何值时, 分式 $\frac{2-3x}{x-4}$ 的值比分式 $\frac{x+3}{4-x}$ 的值小 $\frac{1}{2}$?

15. 阅读下列材料：

方程 $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3}$ 的解为 $x=1$ ；

方程 $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4}$ 的解为 $x=2$ ；

方程 $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x-4} - \frac{1}{x-5}$ 的解为 $x=3$ ；

...

(1) 请你观察上述方程与解的特征，写出能反映上述方程一般规律的方程，并猜想这个方程的解；

(2) 利用(1)中所得的结论, 写出一个解为 $x = 2020$ 的分式方程.